

Object reconstruction for computerised tomography in clinical diagnosis or non-destructive testing of materials

Patent number: DE4423047
Publication date: 1996-01-04
Inventor: BUCK JOACHIM (DE); MAISL MICHAEL DR ING (DE)
Applicant: FRAUNHOFER GES FORSCHUNG (DE)
Classification:
- international: **G06T11/00; G06T11/00;** (IPC1-7): G06T15/00;
G01T1/29
- european: G06T11/00T
Application number: DE19944423047 19940703
Priority number(s): DE19944423047 19940703

Report a data error here

Abstract of DE4423047

The object reconstruction method involves projecting X-ray attenuation coeffs. along a straight line through the source and object to a detector is defined by an integral equation for different positions of the source. The three-dimensional structure of the object is reconstructed by means of the Feldkamp (1984) cone-beam algorithm with the region within the radiation cone parametrised into cylindrical co-ordinates. Three-dimensional back-projection is performed by addn. of filtered and geometrically weighted projection data or beam attenuation coeffs. and cyclic substitution of the co-ordinates of the points of intersection.

Data supplied from the **esp@cenet** database - Worldwide



DEUTSCHES
PATENTAMT

⑳ Aktenzeichen: P 44 23 047.8
㉔ Anmeldetag: 3. 7. 94
㉕ Offenlegungstag: 4. 1. 96

DE 44 23 047 A 1

㉑ Anmelder:
Fraunhofer-Gesellschaft zur Förderung der
angewandten Forschung e.V., 80636 München, DE

㉒ Vertreter:
Münich, W., Dipl.-Phys. Dr.rer.nat.; Rösler, U.,
Dipl.-Phys.Univ., Pat.-Anwälte, 80689 München;
Steinmann, O., Dr., Rechtsanw., 81677 München

㉓ Erfinder:
Buck, Joachim, Dipl.-Geophys., 66125 Dudweiler,
DE; Maisl, Michael, Dr.-Ing., 66117 Saarbrücken, DE

Prüfungsantrag gem. § 44 PatG ist gestellt

㉔ Verfahren zur Rekonstruktion eines Objekts

㉕ Beschrieben wird ein Verfahren zur Rekonstruktion eines Objekts, bei dem das Objekt von Strahlen, die von einer Strahlungsquelle mit einer kegelförmigen Strahlgeometrie ausgehen, durchstrahlt und die Schwächung der Strahlen für verschiedene Positionen der Strahlungsquelle erfaßt wird, und bei dem der 3dimensionale Aufbau des Objekts mittels des Feldkamp-Algorithmus rekonstruiert wird. Das erfindungsgemäße Verfahren zeichnet sich dadurch aus, daß der innerhalb des Strahlkegels liegende Bereich in Zylinderkoordinaten parametrisiert wird.

DE 44 23 047 A 1

Die Erfindung bezieht sich auf ein Verfahren zur Rekonstruktion eines Objekts, bei dem Objekt von Strahlen, die von einer Strahlungsquelle mit einer kegelförmigen Strahlgeometrie ausgehen, durchstrahlt und die Schwächung der Strahlen für verschiedene Positionen der Strahlungsquelle erfaßt wird, und bei dem der 3-dimensionale Aufbau des Objekts mittels des Feldkamp-Algorithmus rekonstruiert wird.

Die Computertomographie hat sich beispielsweise in der medizinischen Diagnostik oder in der zerstörungsfreien Materialprüfung sowie in der Geophysik bewährt. Nur exemplarisch wird auf die nachfolgende Literatur verwiesen, auf die im übrigen zur Erläuterung aller hier nicht näher beschriebenen Begriffe ausdrücklich verwiesen wird:

Für medizinische Anwendungen wird verwiesen auf:
Röntgen-Computertomographie (CT): Louis et al., 1990,
Single Photon Emission Computer Tomography (SPECT):
Manglos et al., 1989,

Positron Emission Tomography (PET): Townsend et al. 1989,
Computer Angiography (CA) : Saint-Felix et al., 1993,
Nuclear Magnet Resonance Tomography (NMR): Louis et al., 1990,

Für Anwendungen bei der Materialprüfung wird verwiesen auf:
Computertomographie (CT) mit Röntgenstrahlung: Maisl, 1992,
CT mit Neutronenstrahlung: Maier-Schuler, 1992,
CT mit -Strahlung: Kanamori et al., 1985,
CT mit Ionenstrahlung: Bench et al., 1991,
Nuclear Magnet Resonance Tomography (NMR): Dieckmann et al., 1991,
optische Tomographie: Renz, 1992,
seismische Tomographie : Worthington, 1984.

Bei der zweidimensionalen Computertomographie wird eine einzelne Ebene im Objekt mittels vieler aus verschiedenen Richtungen aufgenommenen Projektionen rekonstruiert. Um jedoch die räumliche Lage, Form und Ausdehnung beispielsweise von Tumoren in der medizinischen Diagnostik bzw. von Rissen, Poren, Fremdpartikeln oder Legeirungsbestandteilen in der zerstörungsfreien Materialprüfung quantitativ ermitteln zu können, ist die Untersuchung des gesamten Objektvolumens notwendig. Die Volumencharakterisierung durch Aufeinanderstapeln vieler Tomogramme mit geringer Schnitthöhe ist jedoch sehr zeitintensiv und daher für den praktischen Einsatz nicht geeignet. Abhilfe schafft hier die direkte dreidimensionale Rekonstruktion von 2D-Projektionsdaten, die unter vielen verschiedenen Winkeln aufgenommen werden. Prinzipiell kann die dreidimensionale Computertomographie durch folgende Verfahrensweisen realisiert werden:

- a) parallele Durchstrahlung des Objektes (Fig. 1)
- b) Durchstrahlung des Objektes mit einer kegelförmigen Strahlgeometrie durch Verwendung einer punktförmigen Strahlquelle (Fig. 2)

Die parallele Durchstrahlung eines Objektes kann beispielsweise durch die Verwendung von Synchrotronstrahlung [Flannery et al., 1987; Kinney et al., 1990] realisiert werden. Aufgrund der mangelnden Verfügbarkeit und der sehr hohen Betriebs- und Unterhaltskosten von Synchrotronstrahlquellen ist dieses Verfahren für den kommerziellen Einsatz in der 3D-Computertomographie nicht geeignet.

Kommerziell verfügbare Tomographiesysteme mit einer punktförmigen Strahlenquelle Fuhrmann, 1992; Maisl, 1992) ermöglichen die Durchführung der 3D-Computertomographie im Laborrahmen. Fig. 3 zeigt den schematischen Aufbau einer 3D-CT-Anlage mit Kegelstrahlgeometrie. Die Entwicklung von Rekonstruktionsalgorithmen für die 3D-Computertomographie unter Verwendung einer kegelförmigen Strahlgeometrie ist zur Zeit Gegenstand der Forschung.

Die seit Ende der 1970er Jahre entwickelten Computertomographiesysteme nutzen den kegelförmigen Strahl einer Röntgenquelle durch Verwendung zweidimensionaler Detektoren aus [Kowalski, 1979a; Robb, 1980]. Damit ergab sich die Notwendigkeit der Entwicklung neuer Rekonstruktionsalgorithmen, wenn der ausgenutzte Öffnungswinkel des Strahlenkegels so groß ist, daß eine Annahme paralleler Strahlung nicht mehr gerechtfertigt ist.

Zunächst wurden verschiedene Rekonstruktionsalgorithmen vorgeschlagen, die auf bekannten Algorithmen für die zweidimensionale Rekonstruktion von Fächerstrahlprojektionen basieren. Einige von ihnen erfordern, daß sich die Röntgenquelle über eine gedachte Kugeloberfläche bewegt. [Nalcioglu et al., 1978; Denton et al., 1979; Imiya et al., 1984; Peyrin, 1985].

Andere Rekonstruktionsverfahren verlangen die Quellaufbewegung entlang eines Kreises [Feldkamp et al., 1984] oder zweier paralleler Kreise [Schlindwein, 1978; Kowalski, 1979b] Martz et al. [1991,1992] Fuhrmann [1992] und Axelsson et al. [1993].

Theoretische Arbeiten von Kirillov [Kirillov, 1961], Tuy [Tuy, 1983] und Smith [Smith, 1985] zur 3D-Computertomographie mit kegelförmiger Strahlgeometrie haben ergeben, daß eine exakte Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes bei einer Bewegung der Quelle auf einer Kreisbahn um das Objekt nicht möglich ist.

Welche praktisch realisierbaren Bahnen eine exakte Rekonstruktion ergeben (bei minimaler Redundanz der Quellpositionen) wurde von [Kudo et al., 1990] diskutiert mit dem Ergebnis, daß zwei Bahngeometrien, nämlich zwei aufeinander senkrecht stehende Kreise spiralförmige Umkreisungen des Objektes zu den besonders geeigneten Abtastgeometrien gehören.

Darüberhinaus wurden von Tuy [Tuy, 1983] und Smith [Smith, 1985] theoretische Arbeiten zur Lösung des

Rekonstruktionsproblemes für beliebige Quellbahnkurven durchgeführt. Das von Smith [Smith, 1985] vorgeschlagene Verfahren wurde von Kudo [Kudo et al., 1990] und Smith [Smith, 1991, 1992] auf Computersystemen implementiert. Der Algorithmus arbeitet mit der Hilberttransformation der ersten Ableitung der Radontransformation des zu untersuchenden Objektes. Grangeat [Grangeat, 1991] hat ein 3D-Rekonstruktionsverfahren entwickelt, das auf der ersten Ableitung der Radontransformation des zu untersuchenden Objektes basiert. Aus dem Bereich der zweidimensionalen Computertomographie weiß man, daß Rekonstruktionsverfahren, die im Ortsfrequenzraum arbeiten, unter Umständen weniger Rechenschritte benötigen als solche, die im Ortsraum operieren [Stark et al., 1981].

Martz et al. [1991, 1992], Fuhrmann [1992] und Axelsson et al. [1993] haben Grangeat-Algorithmus modifiziert, indem sie die Rekonstruktion nicht im Ortsraum sondern im Ortsfrequenzraum durchführen. Aktueller Gegenstand der Forschung ist die Optimierung und Implementierung der verschiedenen Versionen des Grangeat-Algorithmus auf Parallel- und Vektorrechnern sowie der Entwicklung der dazu benötigten speziellen Hardware-Architektur.

Bezüglich der Anzahl der Rechenoperationen und der Qualität des Rekonstruktionsergebnisses ist der Feldkamp-Algorithmus [Feldkamp et al., 1984] die bisher beste numerische Lösung des 3D-Rekonstruktionsproblemes. Praktische Erfahrungen zeigen, daß Rekonstruktionen mit dem Feldkamp-Algorithmus eine hohe Qualität aufweisen, solange der Öffnungswinkel des Röntgenkegelstrahls etwa 30° nicht überschreitet [Webb, 1987; Kudo et al., 1990]. Ist der Öffnungswinkel größer, so zeigen sich zunehmend Artefakte in den von der Zentralebene weiter entfernten Schichten. In der Praxis wird häufig mit Öffnungswinkeln nicht größer als 20° gearbeitet, so daß der Algorithmus sowohl einer guten Rechen- bzw. Speichereffizienz bzw. Rekonstruktionsqualität derzeit am besten genügt.

Deshalb wird der Feldkamp-Algorithmus derzeit am häufigsten zur 3D-Rekonstruktion von tomographischen Daten eingesetzt [Webb et al., 1987; Bateman et al., 1989; Ohya et al., 1989; Hu, 1989; Morton et al., 1990; Yan et al., 1991; Lin et al., 1992; Fuhrmann, 1992]. Die 3D-Rekonstruktionsverfahren von Smith [1991], Grangeat [1991] und Feldkamp et al. [1984] basieren auf dem Prinzip der gefilterten Rückprojektion [Brooks et al., 1976]. Andere 3D-Rekonstruktionsverfahren, die z. B. auf der Matrixinversion, Reihenentwicklungsmethoden oder iterativen Methoden wie ART, SIRT etc. basieren [Censor, 1983; Chapman et al., 1986; Altschuler et al., 1977; Miggins et al., 1988] sind für die 3D-Computertomographie nicht relevant, da die Rechenzeiten viel zu lange sind.

Sämtliche bekannte Verfahren haben jedoch den Nachteil, daß die Rekonstruktionszeiten für die 3D-Computertomographie lang und häufig zu lang für den Einsatz in der Medizin oder der Industrie sind.

Eine Verkürzung der Rekonstruktionszeit ist prinzipiell möglich durch

- a) Verbesserung der Rechnerarchitektur (Rechenleistung und Speicherkapazität)
- b) Optimierung der Rekonstruktionsalgorithmen.

Durch die fortschreitende Entwicklung der Computer stehen zwar immer leistungsfähigere Rechner zur Verfügung, so daß Rechenleistung und Speicherkapazität heutzutage kein grundsätzliches Problem mehr darstellen. Die Implementierung schneller 3D-Rekonstruktionsalgorithmen ist aber trotz der fortlaufend erhöhten Leistungen der Computer nicht trivial und zur Zeit aktuelles Forschungsthema.

Der Erfindung liegt die Aufgabe zugrunde, ein Verfahren zur Rekonstruktion eines Objekts, bei dem das Objekt von Strahlen, die von einer Strahlungsquelle mit einer kegelförmigen Strahlgeometrie ausgehen, durchstrahlt und die Schwächung der Strahlen für verschiedene Positionen der Strahlungsquelle erfaßt wird, derart weiterzubilden, daß sich eine deutliche Verringerung der Rekonstruktionszeit und des Speicherbedarf gegenüber bekannten Verfahren ergibt.

Eine erfindungsgemäße Lösung dieser Aufgabe ist im Patentanspruch 1 angegeben. Weiterbildungen der Erfindung sind Gegenstand der abhängigen Ansprüche.

Der Erfindung liegt die Erkenntnis zugrunde, daß es möglich ist, bei der Rekonstruktion des 3-dimensionalen Aufbaus des Objekts mittels des Feldkamp-Algorithmus die Rechenzeit dadurch deutlich zu verringern, daß der innerhalb des Strahlkegels liegende Bereich in Zylinderkoordinaten parametrisiert wird, und daß die 3D-Rückprojektion durch eine Addition der gefilterten und geometrisch gewichteten Projektionsdaten bzw. Strahlschwächungskoeffizienten und eine zyklische Vertauschung der Schnittpunktskoordinaten durchgeführt wird.

Durch die erfindungsgemäßen Maßnahmen wird die Zahl der Rechenoperationen gegenüber dem Feldkamp-Algorithmus [Feldkamp et al., 1984] um ca. den Faktor 10 verringert. Die Zahl der Rechenoperationen, die beim Zylinderalgorithmus für die Schnittpunktsberechnung und die Interpolation vom Zylinderkoordinatensystem ins kartesische Koordinatensystem benötigt wird, spielt für die Gesamtrechenzeit keine Rolle, da sie eine Größenordnung kleiner (proportional N²) ist als die Zahl der Rechenoperationen, die für die Rückprojektion (proportional N³) benötigt wird. Der Speicherbedarf reduziert sich bei dem erfindungsgemäßen Verfahren um ca. 30% gegenüber dem Feldkamp-Algorithmus. Dennoch ist das Rekonstruktionsergebnis verglichen mit dem Ergebnis beim Feldkamp-Algorithmus vergleichbar.

Dies ermöglicht zusammen mit einem schnellen Computer Rekonstruktionszeiten, die einen breiten Einsatz der 3D-Computertomographie sowohl im medizinischen Bereich (CT, SPECT, PET, CA, NMR) als auch im Bereich der zerstörungsfreien Prüfverfahren (CT NMR, optische Tomographie) und in der Geophysik (seismische Tomographie) erlauben.

Gemäß Anspruch 3 wird die Rekonstruktion der Strahlschwächungskoeffizienten μ mit der Formel durchgeführt:

$$\mu(r(i), \varphi(j), z(k)) = \sum_{i=1}^M P(YS(i, j + 1 \cdot \frac{W}{M}, k), ZS(i, j + 1 \cdot \frac{W}{M}, k))$$

hierbei bedeuten:

M Anzahl der Projektionen,
N Anzahl der Schichten in vertikaler Richtung,
W Anzahl der Winkel Φ
NR Anzahl der Radialelemente,
P gefilterter Projektionswert an der Stelle (YS, ZS)

Gemäß Anspruch 4 ist es bevorzugt, daß das Verhältnis zwischen der Anzahl W der Winkel und der Anzahl M der Projektionen ganzzahlig ist.

Weiterhin ist es bevorzugt, wenn für die Anzahl der Radialelemente gilt:

$$NR = (N - 1) / 2.$$

Weiterhin genügt es, wenn die Berechnung der Schnittpunkte lediglich für den Bereich

$$0^\circ \leq \Phi \leq 180^\circ$$

$$0 \leq R \leq n \cdot \text{radstep mit } 1 \leq n \leq NR$$

durchgeführt wird.

Um die "gewohnte" Darstellung zu erhalten, wird gemäß Anspruch 7 das Rekonstruktionsergebnis aus dem Zylinderkoordinatensystem in ein kartesisches Koordinatensystem transformiert.

Die Erfindung wird nachstehend ohne Beschränkung des allgemeinen Erfindungsgedankens anhand von Ausführungsbeispielen unter Bezugnahme auf die Zeichnung exemplarisch beschrieben, auf die im übrigen bezüglich der Offenbarung aller im Text nicht näher erläuterten erfindungsgemäßen Einzelheiten ausdrücklich verwiesen wird. Es zeigen:

Fig. 1 eine schematische Darstellung der 3D-Computertomographie mit paralleler Strahlung,
Fig. 2 eine schematische Darstellung der 3D-Computertomographie mit kegelförmiger Strahlgeometrie,
Fig. 3 schematische den Aufbau einer 3D-Computertomographie-Anlage,
Fig. 4 eine schematische Darstellung zur Erläuterung des Feldkamp-Algorithmus,
Fig. 5 ein Flußdiagramm für den Feldkamp-Algorithmus,
Fig. 6 die Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objekts beim Feldkamp-Algorithmus,
Fig. 7 die Bestimmung der Intensitätswerte durch Interpolation,
Fig. 8 die 2D-Computertomographie,
Fig. 9 die 3D-Computertomographie mit kegelförmiger Strahlgeometrie,
Fig. 10 eine Erläuterung zur erfindungsgemäß vorgenommenen zyklischen Vertauschung,
Fig. 11 die zyklische Vertauschung bei Drehung des Zylinderkoordinatensystems,
Fig. 12 die Schnittpunktberechnung,
Fig. 13 die Abbildung eines Kreises,
Fig. 14 die Schnittpunktsellipse,
Fig. 15 die Abbildung des Kreises auf einen Detektorschirm,
Fig. 16 die Veränderung der Schnittpunktsellipse,
Fig. 17 eine schematische Darstellung zur effizienten Schnittpunktberechnung,
Fig. 18 die Interpolation vom Zylinderkoordinatensystem in das kartesische Koordinatensystem,
Fig. 19 ein Flußdiagramm für das erfindungsgemäße Verfahren,
Fig. 20 ein Flußdiagramm für die erfindungsgemäße Berechnung der Schnittpunkte,
Fig. 21 die Rückprojektion bei dem erfindungsgemäßen Verfahren.

Im folgenden soll zunächst der Feldkamp-Algorithmus für die 3D-Röntgen-Computertomographie beschrieben werden, wie der in Feldkamp et al., 1984 oder Rizo et al., 1991 dargestellt ist.

Die Fig. 3 und 4 zeigen, daß die Projektion des Röntgenschwächungskoeffizienten $\mu(x, y, z)$ längs einer Geraden durch die Punkte S (Quelle) und M (Objekt) auf den Punkt A (Detektor) bei einer bestimmten Quellposition Φ ist wie folgt definiert:

$$Xf(S, A) = \int_{a=0}^{a=\frac{SA}{\|SA\|}} f(S + a \cdot \frac{SA}{\|SA\|}) da \quad (1)$$

Am Detektor A wird die Intensität I gemäß dem Röntgenschwächungsgesetz für monoenergetische Strahlung

$$I = I_0 \cdot e^{-\int \mu(x,y,z) dR} \quad (2)$$

5

gemessen. I_0 ist die ungeschwächte Intensität.

Die Feldkamp-Rekonstruktion kann dann wie folgt beschrieben werden:

$$f(M) = \frac{1}{2} \cdot \int_{\Psi=0}^{\Psi=2\pi} [HD * Yf(S,A)] \cdot \frac{\|SO\|^2}{\|SM\|^2} d\Psi \quad (3)$$

10

mit

15

$$Yf(S,A) = \frac{\|SO\|}{\|SA\|} Xf(S,A) \quad (4)$$

20

wobei

M Punkt im zu untersuchenden Objekt

HD Entfaltung der Projektionsdaten $Yf(S,A)$ von der $1/r$ -Verschmierung

25

O Ursprung des Koordinatensystems

O* Abbildung des Punktes O auf den Detektorschirm

A Bildpunkt auf dem Detektorschirm

S Position der Strahlenquelle

Φ Winkel der Quellposition relativ zur x-Achse

30

Die wesentlichen Schritte des Feldkamp-Algorithmus sind in Fig. 5 dargestellt. Die vollständige Rekonstruktion eines 3D-Objektes erfordert die Wiederholung der in dem Flußdiagramm in Fig. 5 dargestellten Rechenschritte für viele verschiedene Winkel (0° bis 360°).

Der Feldkamp-Algorithmus ist eine Erweiterung der für die 2D-Computertomographie gängigen Methode der gefilterten Rückprojektion [Maisl, 1992] auf 3 Dimensionen. Das Rekonstruktionsergebnis ist mit Ausnahme der in Fig. 6 dargestellten zentralebene, für das es exakt ist, approximativ. (Fig. 6). Mit zunehmendem Abstand von der zentralebene treten aufgrund der Strahldivergenz Artefakte im Rekonstruktionsergebnis auf.

35

Der Hauptrechenaufwand beim Feldkamp-Algorithmus liegt nun in der dreidimensionalen Rückprojektion aller Einzelprojektionswerte. Dabei werden jeweils alle Volumenelemente adressiert und die entsprechenden gefilterten projektionswerte dort abgelegt. Für die Rekonstruktion eines Volumens mit N^3 Elementen mit M Projektionen ist daher mit einem Rechenaufwand von ca. $10 \cdot M \cdot N^3$ Multiplikationen zu rechnen. Der Speicherbedarf des Feldkamp-Algorithmus liegt in der Größenordnung $4 \cdot N^3$ Bytes.

40

Die dreidimensionale Rückprojektion setzt sich im einzelnen wie folgt zusammen.

45

Schnittpunktsberechnung

Für jedes Volumenelement muß der Schnittpunkt (YS,ZS) des entsprechenden Strahles mit dem Detektor berechnet und gespeichert werden (Fig. 6). Bei N^3 Volumenelementen ergeben sich dadurch $2 \cdot N^3$ Schnittpunktskoordinaten. Die Berechnung der Schnittpunkte muß für insgesamt M Projektionen wiederholt werden. Zur Rekonstruktion eines Volumens mit N^3 Elementen und M Projektionen mit N^2 Daten ist also die Berechnung von $2 \cdot M \cdot N^3$ Schnittpunktskoordinaten notwendig.

50

Bilineare Interpolation

55

Fig. 7 zeigt, daß die Bestimmung der Intensität an jedem Schnittpunkt durch bilineare Interpolation der Intensitätswerte an den benachbarten Detektorelementen erfolgt. Jeder Schnittpunkt erfordert die Berechnung und Speicherung von 4 Gewichtungsfaktoren. Für M Projektionen und N^3 Volumenelemente müssen also $4 \cdot M \cdot N^3$ Gewichtungsfaktoren berechnet werden.

Die Fig. 8 und 9 zeigen, daß bei der 2D (3D)-Computertomographie mit Fächerstrahl (Kegelstrahl-)geometrie die Fläche (der Raum) innerhalb eines Kreises (Zylinders) mit dem Radius R_{max} rekonstruiert wird.

60

Für den Radius R_{max} ergibt sich:

$$R_{max} = adist \cdot \sin(\arctan(ydet/2bdist)) \quad (5)$$

65

hierbei bedeuten

adist Abstand Quelle-Rotationsachse

bdist Abstand Quelle-Detektor
ydet Länge des Detektors in Y-Richtung.

Voraussetzung für die 2D- (3D)-Computertomographie ist, daß sich das zu untersuchende Objekt vollständig innerhalb des Kreises (Zylinders) mit dem Radius Rmax, das heißt innerhalb des Strahlengangs, befindet.

Die Erfindung geht nun von folgendem Grundgedanken aus:

Der Bereich innerhalb des Kreises bzw. Zylinders in den Fig. 8 bzw. 9 wird nicht wie üblich in kartesischen Koordinaten parametrisiert (Fig. 6), sondern in Polarkoordinaten (r,Φ) bzw. in Zylinderkoordinaten (r,Φ,z).

Die Fig. 10 und 11 zeigen die Wahl der Koordinatensysteme, so daß der übliche Zusammenhang gilt:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \varphi &= \text{atan}\left(\frac{y}{x}\right) \\ z &= z \end{aligned}$$

Bei einer Drehung des Polar- bzw. Zylinderkoordinatensystems um den Winkel Φ_{inc} wird das Polar- bzw. Zylinderkoordinatenraster auf sich selber abgebildet.

Aufgrund der Rotationsinvarianz des Polar-bzw. Zylinderkoordinatenrasters muß deshalb die Schnittpunktberechnung bei dem erfindungsgemäßen Verfahren nur einmal durchgeführt werden. Damit entfällt die Schnittpunktberechnung innerhalb der Rückprojektionsschleife in Fig. 5, wie sie beim Stand der Technik erforderlich ist.

Zunächst soll die Rekonstruktion für die Zentralebene (z=0) erläutert werden:

Fig. 11 zeigt, daß bei der Drehung des Polarkoordinatensystems um den Winkel Φ_{inc} geht der Punkt (r,Φ) in den Punkt (r,Φ + Φ_{inc}) übergeht.

Die Schnittpunkte (ys(r(i),Φ(j)),zs(r(i),Φ(j))) werden berechnet und in einer Tabelle abgelegt. Es muß gelten:

$$\varphi(j+1) = \varphi(j) + \varphi_{\text{inc}} \text{ mit } \varphi_{\text{inc}} = 2\pi/M$$

wobei M die Anzahl der Projektionen ist.

Bei der Drehung um den Winkel Φ_{inc} muß die Schnittpunktstabelle zyklisch vertauscht werden. Damit reduziert sich die Rückprojektion auf eine Addition der gefilterten und geometrisch gewichteten Projektionsdaten und eine zyklische Vertauschung der Schnittpunktskoordinaten.

Das Rekonstruktionsergebnis am Punkt $\mu(r(i),\Phi(j),z(k))$ ergibt dann

$$\mu(r(i),\varphi(j),z(k)) = \sum_{l=1}^M P(YS(i,j+l \cdot \frac{W}{M}),k), ZS(i,j+l \cdot \frac{W}{M},k))$$

hierbei bedeuten:

M Anzahl der Projektionen
W Anzahl der Winkel Φ

wobei P(YS,ZS) den gefilterten Projektionswert an der Stelle (YS,ZS) auf dem Detektorschirm darstellt. Die Rekonstruktion des Röntgenschwächungskoeffizienten $\mu(r,\Phi,z)$ für das gesamte Volumen wird folgendermaßen beschrieben:

$$\mu(r,\varphi,z) = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^W \sum_{l=1}^{NR} P(YS(i,j+l \cdot \frac{W}{M}),k), ZS(i,j+l \cdot \frac{W}{M},k))$$

mit

NR Anzahl der Radialelemente (hier: NR = (N-1)/2)
N Anzahl der Schichten in vertikaler Richtung

Gleichung 11 ist folgendermaßen zu verstehen:

Die Summation der gefilterten und geometrisch gewichteten Projektionswerte P über NR Radialelemente, W Winkelemente und N Schichten in Z-Richtung entspricht der Rückprojektion der gefilterten und geometrisch gewichteten Projektionsdaten in das zu rekonstruierende Objekt für eine bestimmte Projektionsrichtung.

Dreht man das Zylinderkoordinatenraster um den Winkel Φ_{inc} (Fig. 11), so wird das Zylinderkoordinatenraster aufgrund der Rotationssymmetrie auf sich selber abgebildet. Da die Schnittpunktskoordinaten nur einmal

berechnet und gespeichert werden müssen, repräsentiert die Summe über N Projektionen in Gleichung 11 sowohl die Verarbeitung aller M Projektionen mit jeweils N^2 Daten und die zyklische Vertauschung der Schnittpunktskoordinaten (YS,ZS). Damit die zyklische Vertauschbarkeit der Schnittpunktskoordinaten gewährleistet ist, muß das Verhältnis zwischen W (Anzahl der Winkel im Polar-bzw. Zylinderkoordinatenraster) und M (Anzahl der Projektionen) ganzzahlig sein.

Auf diesen Überlegungen baut die Erfindung auf:

In Fig. 12 ist der in Fig. 10 gezeigte Zylinder in vier bezüglich der Koordinatenachsen symmetrisch liegende Bereiche unterteilt. Aus Symmetriegründen müssen lediglich die Schnittpunkte der Röntgenstrahlen für den Bereich 1, nämlich

$$0 \leq m \cdot \text{zstep} < H \text{ mit } 1 \leq m \leq (N-1)/2; \\ 0^\circ \leq \Phi < 180^\circ; 0 \leq R \leq n \cdot \text{radstep}, 1 \leq n \leq NR$$

berechnet werden, wobei zstep den Abstand der Schichten in z-Richtung und radstep den radialen Diskretisierungsabstand beschreibt.

Die Schnittpunkte für die Bereiche 2–4 ergeben sich durch Symmetriüberlegungen, das heißt durch Spiegelung an der Y^* - bzw. Z^* -Achse des Detektorkoordinatensystems. Die Schnittpunktsberechnung läßt sich anhand der Abbildung eines Kreises mit dem Radius $R = n \cdot \text{radstep}$ ($1 \leq n \leq NR$) und der Höhenlage $Z = m \cdot \text{zstep}$ ($1 \leq m \leq (N-1)/2$) auf den Detektorschirm erklären. Hierzu wird auf Fig. 13 verwiesen.

Bildet man nun einen Kreis in der Höhe $z = m \cdot \text{zstep}$ und dem Radius $R = n \cdot \text{radstep}$ ab, so ergibt sich auf dem Detektorschirm eine in Fig. 14 dargestellte Schnittpunktsellipse.

Die Schnittpunktsellipse kann allgemein durch folgenden Ansatz beschrieben werden:

$$\frac{(Z \pm Z_M^*)^2}{a^2} + \frac{(Y \pm Y_M^*)^2}{b^2} = 1$$

Alle Koordinatenangaben, die mit einem (*) gekennzeichnet sind, beziehen sich auf das Koordinatensystem in der Detektorebene, alle anderen beziehen sich auf das Koordinatensystem im Objekt.

Das Zentrum der Schnittpunktsellipse (Fig. 13) ist (X_M^*, Y_M^*, Z_M^*) . Die Halbachsen werden durch a und b beschrieben. Da der zu untersuchende Zylinder (Fig. 9,10,12) symmetrisch bezüglich der X-Achse liegt, gilt:

$$Y_M^* = 0.$$

Aufgrund der Kegelstrahlgeometrie wird nicht der Mittelpunkt M eines Kreises (Fig. 13; dieser Punkt liegt auf der Rotationsachse in der Höhe $Z = m \cdot \text{zstep}$) auf den Mittelpunkt $M_{\text{eff}}(n)$ der Schnittpunktsellipse abgebildet, sondern der Punkt $M_{\text{eff}}(n) = (X(n), Y(n), Z(n))$ (Fig. 14 und 15).

Die Projektion der Strecke zwischen den Punkten $M_{\text{eff}}(n)$ und $P_3(n)$ bzw. $P_4(n)$ (Fig. 15) auf den Detektorschirm ergibt die Halbachse b der Schnittpunktsellipse (Fig. 14).

Der Index m für die Schnitthöhe $Z = m \cdot \text{zstep}$ im Zylinder (Fig. 12) ist folgendermaßen definiert:

$$(1-N)/2 \leq m \leq (N-1)/2.$$

Für $m < 0$ wird der Bereich $X < X(n)$ (Fig. 15) auf den unteren Teil der Schnittpunktsellipse $Z < Z_M^*$ (Fig. 14), der Bereich $X > X(n)$ (Fig. 15) jedoch auf den oberen Teil der Schnittpunktsellipse $Z > Z_M^*$ (Fig. 14) abgebildet.

Aufgrund von Symmetriüberlegungen (Fig. 12) erhält man für $m > 0$ folgendes Bild:

Der Bereich $X < X(n)$ (Fig. 15) wird auf den oberen Teil der Schnittpunktsellipse $Z > Z_M^*$ (Fig. 14), der Bereich $X > X(n)$ (Fig. 15) wird dagegen auf den unteren Teil m der Schnittpunktsellipse $Z < Z_M^*$ (Fig. 14) abgebildet. Punkte auf der Trennlinie $X = X(n)$ werden auf die Halbachse b der Schnittpunktsellipse abgebildet.

Wählt man $m = 0$, so entspricht dies der Abbildung der Zentralebene (Fig. 9) auf die Y^* -Achse des Detektorschirms (Fig. 14) mit $Z^* = 0$. Symmetriüberlegungen in Fig. 12 zeigen, daß lediglich die Schnittpunkte für den Bereich 1 bestimmt werden müssen.

Im folgenden soll die Berechnung der Halbachse a der Schnittpunktsellipse erläutert werden:

Die Größe der Halbachse a ergibt sich durch die Abbildung der Strecke zwischen den Punkten $M_{\text{eff}}(n)$ und $P_1(n)$ bzw. $P_2(n)$ auf den Detektorschirm (Fig. 14, 15):

$$a^2 = m^2 \cdot \text{zstep}^2 \cdot (g_a - g_m)^2$$

Die geometrische Vergrößerung am Punkt $P_1(n)$ bzw. $P_2(n)$ (Fig. 15) wird durch g_a , am Punkt $M_{\text{eff}}(n)$ durch g_m beschrieben. Die Höhe der Z-Schicht wird durch $Z = m \cdot \text{zstep}$ angegeben, wobei zstep den Diskretisierungsabstand in Z-Richtung beschreibt.

Die Berechnung der Halbachse b der Schnittpunktsellipse läuft wie folgt ab:

Die Größe der Halbachse b ergibt sich — wie den Fig. 14 und 15 zu entnehmen ist — durch die Abbildung der Strecke zwischen den Punkten $M_{\text{eff}}(n)$ und $P_3(n)$ bzw. $P_4(n)$ auf den Detektorschirm.

$$b^2 = g_m^2 \cdot n^2 \cdot \text{radstep}^2 \cdot \left(1 - \frac{n^2 \cdot \text{radstep}^2}{b\text{dist}^2}\right)$$

5

Fig. 15 ist zu entnehmen, daß der Radius des n-ten Kreises durch $n \cdot \text{radstep}$ beschrieben wird, wobei radstep den radialen Diskretisierungsabstand beschreibt. $b\text{dist}$ ist der Abstand zwischen der strahlenquelle und der Detektorebene.

10 Mit diesen Berechnungsschritten kann man durch Einsetzen der Gleichungen 13 und 14 in Gleichung 12 unter der Berücksichtigung, daß gilt

$$Z^*M = g_m(n) \cdot m\text{zstep} \quad (15)$$

und

15

$$Y^* = g_b \cdot Y \quad (16)$$

so erhält man

20

$$Z_{i,j,n}^*(Y) = m \cdot \text{zstep} \cdot (g_m(n) \cdot (-1)^j + (g_a(n) - g_m(n)) \cdot (-1)^i) \cdot \sqrt{1 - \frac{b\text{dist}^2 \cdot g_b^2 \cdot Y^2}{g_m^2(n) \cdot n^2 \cdot \text{radstep}^2 \cdot (b\text{dist}^2 - n^2 \cdot \text{radstep}^2)}}$$

25

mit $i = 1, 2$ und $j = 1, 2$.

Wählt man $j = 2$, so wird die Schnittpunktsellipse für $Z^* > 0$ ($m = 4$) berechnet. Wählt man anschließend $j = 1$, so wird die bezüglich der Y^* -Achse symmetrisch liegende Schnittpunktsellipse für $Z^* < 0$ ($m = -4$) berechnet. Dies ist auch Fig. 14 zu entnehmen.

Die Halbachse b der Schnittpunktsellipse teilt diese in zwei symmetrisch zueinander liegende Äste ein.

30

Mit dem Index i wird nun festgelegt, welcher Ast der Schnittpunktsellipse berechnet wird (Fig. 14).

Für $j = 2$ und $i = 2$ wird der durch die Punkte $P_3^*(n)$, $P_2^*(n)$ und $P_4^*(n)$ gekennzeichnete Teil der Schnittpunktsellipse für $Z^* > 0$ ($m = 4$) berechnet.

Für $j = 2$ und $i = 1$ wird der durch die Punkte $P_3^*(n)$, $P_1^*(n)$ und $P_4^*(n)$ gekennzeichnete Teil der Schnittpunktsellipse für $Z^* > 0$ ($m = 4$) berechnet.

35

Für $j = 1$ und $i = 1$ wird der durch die Punkte $P_3^*(n)$, $P_2^*(n)$ und $P_4^*(n)$ gekennzeichnete Teil der Schnittpunktsellipse für $Z^* < 0$ ($m = -4$) berechnet.

Für $j = 1$ und $i = 2$ wird der durch die Punkte $P_3^*(n)$, $P_1^*(n)$ und $P_4^*(n)$ gekennzeichnete Teil der Schnittpunktsellipse für $Z^* < 0$ ($m = -4$) berechnet.

40

Die geometrische Vergrößerung eines beliebigen Punktes (X, Y, Z) im Kreis bzw. Zylinder (Fig. 10, 11) wird durch g_b beschrieben.

Da Gleichung 17 linear von m abhängt, kann man den Index m in Gleichung 17 durch folgende Beziehung eliminieren:

$$\Delta Z_{i,j,n}^* = Z_{i,j,m+1,n}^* - Z_{i,j,m,n}^* \quad (18)$$

45

Man erhält dann

$$\Delta Z_{i,j,n}^*(Y) = \text{zstep} \cdot (g_m(n) \cdot (-1)^j + (g_a(n) - g_m(n)) \cdot (-1)^i) \cdot \sqrt{1 - \frac{b\text{dist}^2 \cdot g_b^2 \cdot Y^2}{g_m^2(n) \cdot n^2 \cdot \text{radstep}^2 \cdot (b\text{dist}^2 - n^2 \cdot \text{radstep}^2)}} \quad (19)$$

55

Aus Gleichung 19 und Symmetriebetrachtungen gemäß Fig. 12 ergibt sich, daß

a) die Schnittpunktskoordinaten Y^* lediglich für die Punkte innerhalb des Halbkreises ($0^\circ \leq \Phi < 180^\circ$, $0 \leq R \leq R_{\text{max}}$, $Z=0$) berechnet werden müssen.

60

Fig. 17 veranschaulicht dies Symmetrieüberlegungen (Spiegelung an der Z^* -Achse des Detektorkoordinatensystems). Weiterhin ist zu beachten, daß die geometrische Vergrößerung lediglich für die Schnittpunkte in allen anderen Z -Ebenen unverändert bleibt (Fig. 16).

65

b) die Schnittpunktskoordinaten Z^* lediglich für die Ebene $Z = m \cdot \text{zstep}$ ($m = 1$, $0^\circ \leq \Phi < 180^\circ$, $0 \leq R \leq R_{\text{max}}$) berechnet werden müssen. Die Schnittpunktskoordinaten Z^* für den Bereich $180^\circ \leq \Phi < 360^\circ$ ergeben sich durch Symmetrieüberlegungen (Spiegelung an der Z^* -Achse des Detektorkoordinatensystems, Fig. 17). Die Schnittpunktskoordinaten der Punkte innerhalb der Kreise mit ($Z \neq 0$, $0^\circ \leq \Phi < 360^\circ$, $0 \leq R < n \cdot \text{radstep}$ mit $1 < n < NR$) ergeben sich durch fortgesetzte Anwendung von Gleichung 18 und 19

bei entsprechender Wahl der Indices i, j, m und n.

Zur Schnittpunktberechnung kann dann wie folgt vorgegangen werden:
Gegeben ist ein Zylinder mit folgender Diskretisierung:

Radialrichtung: $(N-1)/2$ Elemente, (N ganzzahlig und ungerade)
Winkelrichtung: W Elemente, wobei W ganzzahlig und gerade ist
Z-Richtung: N Elemente (N ganzzahlig und ungerade)
M: Anzahl der für die 3D-Rekonstruktion verwendeten Projektionen.

Zur Berechnung der Schnittpunkte für den Bereich 1 (Fig. 12) mit den Gleichungen 18 und 19 sind folgende Rechenschritte notwendig:

Berechnung der geometrischen Verstärkung g_m für die Punkte $M_{eff}(n) = (X(n), Y(n)=0, Z(n)=0)$ für $n = (N-1)/2$ Kreise (Fig. 15):

$$g_m(n) = \frac{b_{dist}}{a_{dist} - X(n)} \quad (20)$$

$$X(n) = a_{dist} - \frac{n^2 \cdot radstep^2}{a_{dist}} \quad (21)$$

wobei b_{dist} der Abstand zwischen der Strahlenquelle und dem Detektor und a_{dist} der Abstand zwischen der Strahlenquelle und der Rotationsachse ist (Fig. 13).

Hierbei ist zu berücksichtigen, daß die Punkte $M_{eff}(n) = (X(n), Y(n)=0, Z(n)=0)$ nicht notwendigerweise auf dem Zylinderkoordinatenraster liegen. Deshalb ist stets eine separate Berechnung und Speicherung von $g_m(n)$ notwendig.

Die Berechnung der geometrischen Vergrößerung $g_a(n)$ für die Punkte $P_1(n)$ mit $1 \leq n < (N-1)/2$ (Fig. 15) erfolgt dann mit Gleichung 22:

$$g_a(n) = \frac{b_{dist}}{a_{dist} - X(n)} \quad (22)$$

Die $X(n)$ -Koordinaten der Punkte $P_1(n)$ ergeben sich aus Gleichung 6 bis 8.

Anschließend erfolgt die Berechnung und Speicherung der geometrischen Vergrößerung $g_b(X)$ für die Punkte $P(R, \Phi)$ mit $(0^\circ \leq \Phi < 180^\circ, 0 \leq R \leq n \cdot radstep)$ mit $1 \leq n \leq NR, Z=0$ gemäß Gleichung 23:

$$g_b(X) = \frac{b_{dist}}{a_{dist} - X} \quad (23)$$

Die X -Koordinaten der Punkte $P(R, \Phi)$ ergeben sich wiederum aus den Gleichungen 6 bis 8.

Die weitere Vorgehensweise ist dann wie folgt:

Berechnung der Y^* -Koordinaten der Schnittpunkte für die Punkte $P(R, \Phi)$ mit $(0^\circ \leq \Phi < 180^\circ, 0 \leq R \leq n \cdot radstep)$ mit $1 \leq n \leq NR, Z=0$.

Die X -Koordinaten der Punkte $P(R, \Phi)$ ergeben sich wiederum aus den Gleichungen 6 bis 8.

Berechnung der ΔZ^* -Werte für den Bereich $(0^\circ \leq \Phi < 180^\circ, 0 \leq R < n \cdot radstep)$ mit $1 \leq n \leq NR, Z = m \cdot zstep, m = 1$ gemäß Gleichung 19.

Durch Anwendung von Gleichung 18 erhält man die Z^* -Koordinaten der Schnittpunkte für Punkte in beliebigen Z -Ebenen mit $(Z = m \cdot zstep)$ und $(1 \leq m \leq (N-1)/2)$ sowie $(0^\circ < \Phi < 180^\circ, 0 \leq R \leq n \cdot radstep)$ mit $1 \leq n \leq NR$.

Die Berechnung der Schnittpunkte für die Bereiche $Z = m \cdot zstep$ mit $((1 \leq m \leq (N-1)/2, 180^\circ \leq \Phi < 360^\circ, 0 \leq R \leq n \cdot radstep)$ mit $1 \leq n \leq NR$ und $((1-N)/2 \leq m \leq -1, 0^\circ \leq \Phi \leq 360^\circ, 0 \leq R \leq n \cdot radstep)$ mit $1 \leq n \leq NR$ erfolgt durch Symmetriebetrachtungen (Spiegelung an der Y^* - bzw. Z^* -Achse des Detektorkoordinatensystems, Fig. 12 und 14).

Das erfindungsgemäße Verfahren liefert dann — wie anschaulich Fig. 10 zu entnehmen ist — das Rekonstruktionsergebnis im Zylinderkoordinatenformat. Gängige 3D-Visualisierungssysteme erfordern jedoch, daß das rekonstruierte Volumen im kartesischen Gitterformat vorliegt (Fig. 6).

Dies erfordert eine Transformation des rekonstruierten Volumens vom Zylinderkoordinatenformat ins kartesische Gitterformat. Fig. 18 zeigt für eine beliebige Z -Schicht sowohl das Zylinderkoordinatengitter als auch das kartesische Gitter. Zur Transformation des rekonstruierten Volumens vom Zylinderkoordinatenformat ins

kartesische Gitterformat bietet die Literatur Standardverfahren an [Stark et al., 1981; Matej et al., 1990].

Unabhängig von der angewendeten Interpolationsmethode kann die Interpolation vom Zylinderkoordinatensystem ins kartesische Koordinatensystem durch folgende Vorgehensweise optimiert werden.

Ist die Anzahl der Winkel W im Zylinderkoordinatenraster eine gerade Zahl, so ist das Zylinderkoordinatenraster symmetrisch bezüglich der Koordinatenachsen X und Y . Dies bedeutet, daß in Fig. 18 lediglich die Interpolationskoeffizienten für die Punkte in den Bereichen 1 und 2 ($0^\circ \leq \Phi \leq 90^\circ$) berechnet werden müssen. Die Interpolationskoeffizienten in den Bereichen 3 bis 8 ergeben sich durch Symmetriebetrachtungen, das heißt durch Spiegelung an den Koordinatenachsen.

Ist die halbe Anzahl der Winkel W im Zylinderkoordinatenraster (d. h. $W/2$) eine gerade Zahl, so ist das Zylinderkoordinatenraster symmetrisch bezüglich der Koordinatenachsen X und Y und der Winkelhalbierenden. Dies bedeutet, daß in Fig. 18 lediglich die Interpolationskoeffizienten für die Punkte im Bereich 1 ($0^\circ \leq \Phi \leq 45^\circ$) berechnet werden müssen. Die Interpolationskoeffizienten in den Bereichen 3 bis 8 ergeben sich durch Symmetriebetrachtungen, das heißt durch Spiegelung an den Koordinatenachsen bzw. Winkelhalbierenden.

Vorstehend ist die Erfindung anhand eines Ausführungsbeispiels beschrieben worden. Innerhalb des allgemeinen Erfindungsgedankens sind selbstverständlich die verschiedensten Modifikationen möglich. In jedem Falle erhält man aber durch die Reduzierung der 3D-Rückprojektion (Fig. 19, 21) auf eine Addition der gefilterten und geometrisch gewichteten Projektionsdaten und durch eine zyklische Vertauschung der Schnittpunktskoordinaten eine wesentliche Einsparung an Rechenzeit.

Darüberhinaus ist bei einer Weiterbildung der Erfindung eine besonders effiziente Transformation des Rekonstruktionsergebnisses vom Zylinderkoordinatensystem (Fig. 10) ins kartesische Koordinatensystem (Fig. 18 und 22) möglich.

Nachstehend werden die Fundstellen für die vorstehenden Zitate angegeben.

Referenzliste

- [Altschuler et al., 1977] M. D. Altschuler, G. T. Herman: "Fully-three-dimensional image reconstruction using series expansion methods", in "A Review of Information Processing in Medical Imaging" (A. B. Brill, et al., eds.), Seite 124—142, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee
- [Axelsson et al., 1993] C. Axelsson, P.E. Danielsson: "3D-reconstruction from cone-beam data in $O(N^3 \log N)$ time", Program and Abstracts of the 1993 International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine, Snowbird, Utah, 1993
- [Bateman et al., 1989] J. E. Bateman, P. Rockett, S. Webb: "Three Dimensional Digital X-ray Microtomography with a Microfocal X-ray Generator and an MWPC Area Detector", J. of Photographic Science, Vol. 37, (1989), Seite 92—97
- [Bench et al., 1992] G. Bench, A. Saint, M. Cholewa, G.J.F Legge, D.L. Weirup, A.E. Pontau: "STIM tomography: a three-dimensional high resolution imaging tool", Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 368(1992), Seite 481—490
- [Brooks et al., 1976] R. A. Brooks, 9. Di Chiro: "Principles of Computer Assisted Tomography (CAT) in Radiographic and Radioisotopic Imaging", Phys. Med. Biol., Vol. 21, No. 5, Seite 689—732, 1976
- [Censor, 1983] Y. Censor: "Finite Series-Expansion Reconstruction Methods", Proc of the IEEE, Vol. 71, No. 3, Seite 409—419, 1983
- [Chapman et al., 1986] C. H. Chapman, P. W. Gary: "The Circular Radon Transform", Inverse Problems, Vol. 2, (1986), Seite 23—49
- [Denton et al., 1979] R. V. Denton, B. Friedlander, A. J. Rockmore: "Direct Three-Dimensional Image Reconstruction from Divergent Rays", IEEE Trans. on Nucl. Science, Vol. NS-26, No. 5, (Oktober 1979), Seite 4695—4703
- [Dieckmann et al., 1991] S.L. Dieckmann, P. Rizo, N. Gopalsami, R.E. Botto: "Threedimensional Nuclear Magnetic Resonance and X-ray Microtomographic Imaging of Composite Materials", Mat. Res. Soc. Symp. Proc., Vol. 217, 1991
- [Feldkamp et al., 1984] L. A. Feldkamp, L. C. Davis, J. W. Kress: "Practical Cone-Beam Algorithm", J. Opt. Soc. Amer., Vol 1, No. A6, (Juni 1984), Seite 612—619
- [Flannery et al., 1987] B. P. Flannery, W. G. Roberge, K. A. D'Amico: "Three-Dimensional X-Ray Microtomography", Science, Vol 237, (Oktober 1987), Seite 1439—1444
- [Fuhrmann, 1992] G. Fuhrmann: "Entwicklung eines Mikrotomographiesystems als Zusatz für Rasterelektronenmikroskopie", Dissertation, Zentrallabor für Elektronik, Forschungszentrum Jülich GmbH (1992)
- [Grangeat, 1990] P. Grangeat: "Mathematical Framework of the Cone Beam 3D Reconstruction via the First Derivative of the Radon Transform", in: "Mathematical Methods in Tomography" von G. T. Herman, A. K. Louis, F. Natterer (Hrsg.), Springer Verlag
- [Higgins et al., 1988] W. E. Higgins, D. C. Munson: "A Hankel Transform Approach to Tomographic Image Reconstruction", IEEE Trans. on Med. Imaging, Vol. 7, No. 1, (März 1988)
- [Hu, 1989] H. Hu: "Three-dimensional Reconstruction from Cone-Beam Projections for Flat and Curved Detectors: Reconstruction Method Development", Dissertation, The University of Utah, Salt Lake City, (1989)
- [Imiya et al., 1984] J. Imiya, H. Ogawa: "A Direct Method of Image Reconstruction from its Line Integrals by Cone-Beam X-Rays", in: Proc. Int. Joint Alpine Symp. on Medical Comp., Graphics Image Comm., and Clinical Advances in Neuro CT/NMR, IEEE (1984), Seite 95—101
- [Kanamori et al., 1986] T. Kanamori, K. Kotani, N. Ozaki: "Application of gamma ray computed tomography to non-destructive testing", Nucl. Eng. Des., Vol. 94, No. 3, Seite 421—426, 1986
- [Kinney et al., 1990] J. H. Kinney, S. R. Stock, M. C. Nichols, U. Bonse, T. M. Breunig, R. A. Saroyan, R. Nußhardt, Q. C. Johnson, F. Busch, S. D. Ant.: "Nondestructive Investigation of Damage in Composites using X-Ray

- Tomographic Microscopy (XTM)", J. Mater. Res., Vol. 5, No. 5, (Mai 1990), Seite 1123—1129
- [Kirillov, 1961] A. A. Kirillov: "On a Problem of I. M. Gel'fand", Sov. Math. Dokl., Vol. 2, (1961), Seite 268—269
- [Kowalski et al., 1979a] G. Kowalski, R. Rieckeheer, W. Wagner: "New Means for Picture Formation in Computer Tomography", Acta Electronica 22, (1979), Seite 51—63
- [Kudo et al., 1990] H. Kudo, T. Saito: "Feasible Cone Beam Scanning Methods for Exact Reconstruction in Three-Dimensional Tomography", J. Opt. Soc. Amer. A, Vol. 7, No. 12, (Dec. 1990), Seite 2169—2183 5
- [Lin et al., 1992] T. H. Lin, G. Wang, P. C. Weng: "A Multiple Cone Beam Reconstruction Algorithm for X-Ray Microtomography", Springer Series in Optical Science, Vol. 67, X-Ray Microscopy III, (eds.: A. Michette, G. Morrison, C. Buckley), Springer Verlag Berlin Heidelberg 1992
- [Louis et al., 1990] A. Louis, G. Schwierz: "Rekonstruktionsverfahren in der medizinischen Bildgebung", ZAMM, Z. angew. Math. Mech., Vol. 70(6), Seite 533—539, 1990 10
- [Maier-Schuler, 1992] P. Maier-Schuler: "Computertomographie mit schnellen Neutronen", Dissertation, Universität Stuttgart, Institut für Kernenergetik und Energiesysteme, 142 Seiten, 1992
- [Maisl, 1992] M. Maisl: "Entwicklung und Aufbau eines hochauflösenden Computer-Tomographie-Systems für die Werkstoffprüfung", Dissertation, Technische Fakultät der Universität Saarbrücken, 1992 15
- [Manglos et al., 1989] S.H. Manglos, R.J. Jaszczak, K.L. Greer: "Cone beam SPECT reconstruction with camera tilt", Phys. Med. Biol., Vol. 34, No. 5, Seite 625—631, 1989
- [Martz et al., 1991] H. E. Martz, S. G. Azevedo, D. J. Schnerberk, M. F. Skeate, G. P. Roberson, D. E. Perkins: "Computerized Tomography", Engineering Research and Development, Thrust Area Report FY 90, UCRL 53868-90, (1991) 20
- [Martz et al., 1992] H. E. Martz, S. G. Azevedo, G. P. Roberson, D. J. Schnerberk: "Computed Tomography", Engineering Research, Development, and Technology, Thrust Area Report FY 91, UCRL 53868-91, (1992)
- [Matej et al., 1990] S. Matej, I. Bajla: "A High-Speed Reconstruction from Projections Using Direct Fourier Method with Optimized Parameters — An Experimental Analysis", IEEE Trans. on Med. Imaging, Vol. 9, No. 4, Dezember 1990, Seite 421—429 25
- [Morton et al., 1990] E.J. Morton, S. Webb, J.E. Bateman, L.J. Clarke, C.G. Shelton: "Three-dimensional X-ray Microtomography for Medical and Biological Applications", Phys. Med. Biol., Vol. 35, No. 7, 1990, Seite 805—820
- [Nalcioğlu et al., 1978] O. Nalcioğlu, Z.H. Cho: "Reconstruction of 3D Objects from Cone Beam Projections", Proc. of the IEEE, Vol. 66, No. 11, 1978, Seite 1584—1585 30
- [Ohyama et al., 1989] N. Ohyama, S. Inoue, H. Haneishi, J. Tsujiuchi, T. Honda: "Threedimensional Reconstruction of a Bone Image from Cone Beam Projections", Applied Optics, Vol. 28, No. 24, (Dezember 1989)
- [Peyrin, 1985] F. C. Peyrin: "The Generalized Back Projection Theorem for Cone Beam Reconstruction", IEEE Trans. Med. Imaging, Vol. MI-6, No. 3, (Sept. 1987), Seite 209—219 35
- [Renz, 1992] R. Renz: "Das diskontinuierliche Vermischen von Flüssigkeitsstrahlen in zylindrischen Behältern", Dissertation, Universität Hannover, Fakultät für Maschinenwesen, 93 Seiten, 1992
- [Rizo et al., 1991] P. Rizo, P. Grangeat, P. Sire, P. Lemasson, P. Melennec: "Comparison of Two Three-dimensional X-ray Cone-Beam-Reconstruction Algorithms with Circular Source Trajectories", J. of the Opt. Soc. of Am. A, Vol. 8, No. 10, (1991) 40
- [Robb et al., 1980] R. A. Robb, A.H. Lent, B. K. Gilbert, A. Chu: "The Dynamic Spatial Reconstructor", J. Med. Systems, Vol. 4, No. 2, 1980
- [Saint-Felix et al., 1993] D. Saint-Felix, C. Picard, C. Ponchut, R. Romeas, A. Rougee, Y. Troussel: "In Vivo Evaluation of a new System for 3D Computerized Angiography", Program and Abstracts of the 1993 International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine, Snowbird, Utah, 1993 45
- [Schlindwein, 1978] M. Schlindwein: "Iterative Three-Dimensional Reconstruction from Twin-Cone Beam Projections", IEEE Trans. on Nucl. Scie., Vol. NS-25, (1978), Seite 1135ff
- [Smith, 1985] B. D. Smith: "Image Reconstruction from Cone-Beam Projections: Necessary and Sufficient Conditions and Reconstruction methods", IEEE Trans. on Med. Imag. Vol. MI-4, No. 1, (März, 1985), Seite 14—25 50
- [Smith, 1991] B. D. Smith: "Advances in cone beam reconstruction for the analysis of materials", Mat. Res. Soc. Proc., Vol. 217, Seite 151—153, 1991
- [Smith et al., 1992] B. D. Smith, J. Chen: "Implementation, Investigation, and Improvement of a Novel Cone-beam Reconstruction Method", IEEE Trans. on Med. Imag., Vol. 11, No. 2, Seite 260—266, 1992
- [Stark et al., 1981] H. Stark, J. W. Woods, I. Paul, R. Hingorani: "Direct Fourier Reconstruction Computer Tomography", IEEE Trans. ASSP, Vol. ASSP-29, No. 2, Seite 237—245 55
- [Townsend et al., 1989] D. Townsend, T. Spinks, T. Jones, A. Geissbühler, M. Defrise, M.C. Gilardi, J. Heather: "Aspects of three dimensional reconstruction of a multi ring tomograph", Eur. J. Nucl. Med., Vol. 15, Seite 741—745, 1989
- [Tuy, 1983] H. K. Tuy: "An Inversion Formula for Cone-Beam Reconstruction", SIAM J. Appl. Math., Vol. 43, Seite 546—552 60
- [Webb et al., 1987] S. Webb, J. Sutcliffe, L. Burkinshaw, A. Horsman: "Tomographic Reconstruction from Experimentally Obtained Cone-Beam Projections", IEEE Trans. on Med. Imaging, Vol. MI-6, No. 1, (März 1987), Seite 67—73
- [Worthington, 1984] K. Worthington: "An introduction to geophysical tomography", Pers. Mitteilung, 1984 65
- [Yan et al., 1991] X. Yan, M. Leahy: "Derivation and Analysis of a Filtered Backprojection Algorithm for Cone Beam Projection Data", IEEE Trans. on Med. Imaging, Vol. 10, No. 3, (September 1991)

1. Verfahren zur Rekonstruktion eines Objekts, bei dem das Objekt von Strahlen, die von einer Strahlungsquelle mit einer kegelförmigen Strahlgeometrie ausgehen, durchstrahlt und die Schwächung der Strahlen für verschiedene Positionen der Strahlungsquelle erfaßt wird, und bei dem der 3-dimensionale Aufbau des Objekts mittels des Feldkamp-Algorithmus rekonstruiert wird, **dadurch gekennzeichnet**, daß der innerhalb des Strahlkegels liegende Bereich in Zylinderkoordinaten parametrisiert wird.

2. Verfahren nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die 3D-Rückprojektion durch eine Addition der gefilterten und geometrisch gewichteten Projektionsdaten bzw. Strahlschwächungskoeffizienten und eine zyklische Vertauschung der Schnittpunktskoordinaten durchgeführt wird.

3. Verfahren nach Anspruch 1 oder 2, dadurch gekennzeichnet, daß die Rekonstruktion der Strahlschwächungskoeffizienten μ mit der Formel durchgeführt wird:

$$\mu(r, \varphi, z) = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^W \sum_{i=1}^{NR} P(YS(i, j + 1 \cdot \frac{W}{M}, k), ZS(i, j + 1 \cdot \frac{W}{M}, k))$$

hierbei bedeuten:

M Anzahl der Projektionen,
N Anzahl der Schichten in vertikaler Richtung,
W Anzahl der Winkel Φ
NR Anzahl der Radialelemente,
P gefilterter Projektionswert an der Stelle (YS, ZS).

4. Verfahren nach Anspruch 3, dadurch gekennzeichnet, daß das Verhältnis zwischen der Anzahl W der Winkel und der Anzahl M der Projektionen ganzzahlig ist.

5. Verfahren nach einem der Ansprüche 2 bis 4, dadurch gekennzeichnet, daß für die Anzahl der Radialelemente gilt:

$$NR = (N - 1)/2$$

6. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 5, dadurch gekennzeichnet, daß die Berechnung der Schnittpunkte lediglich für den Bereich

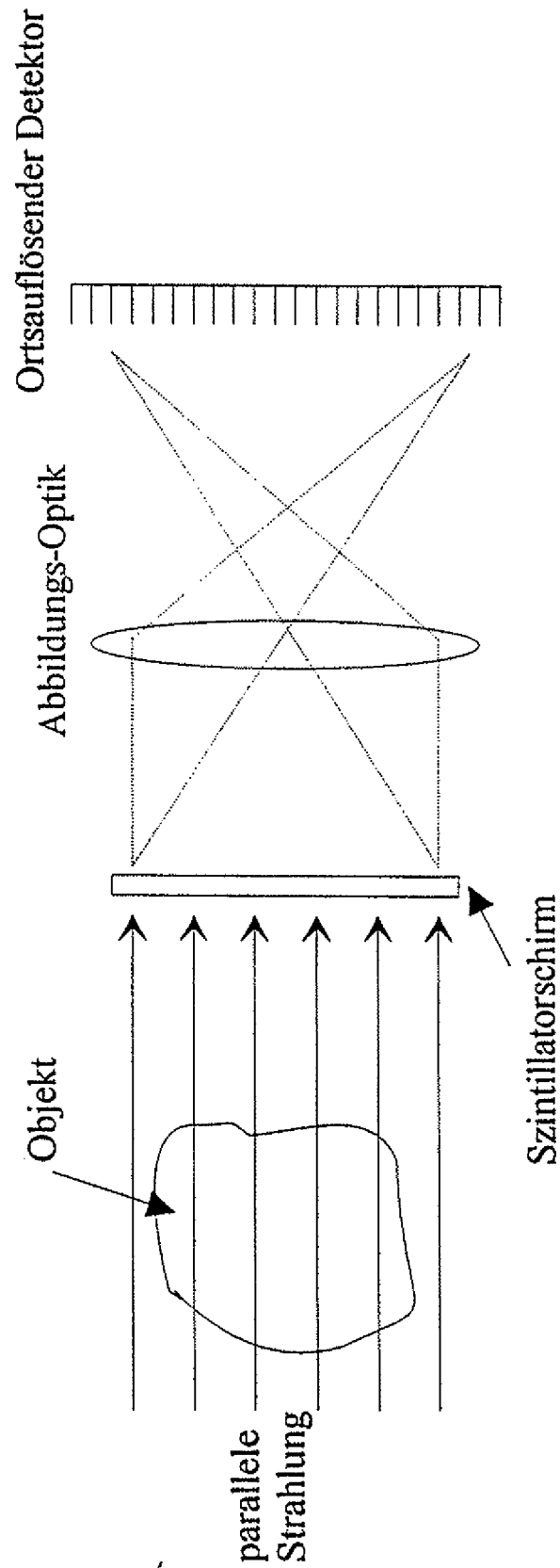
$$0^\circ \leq \Phi \leq 180^\circ$$

$$0 \leq R \leq n \cdot \text{radstep} \text{ mit } 1 \leq n \leq NR$$

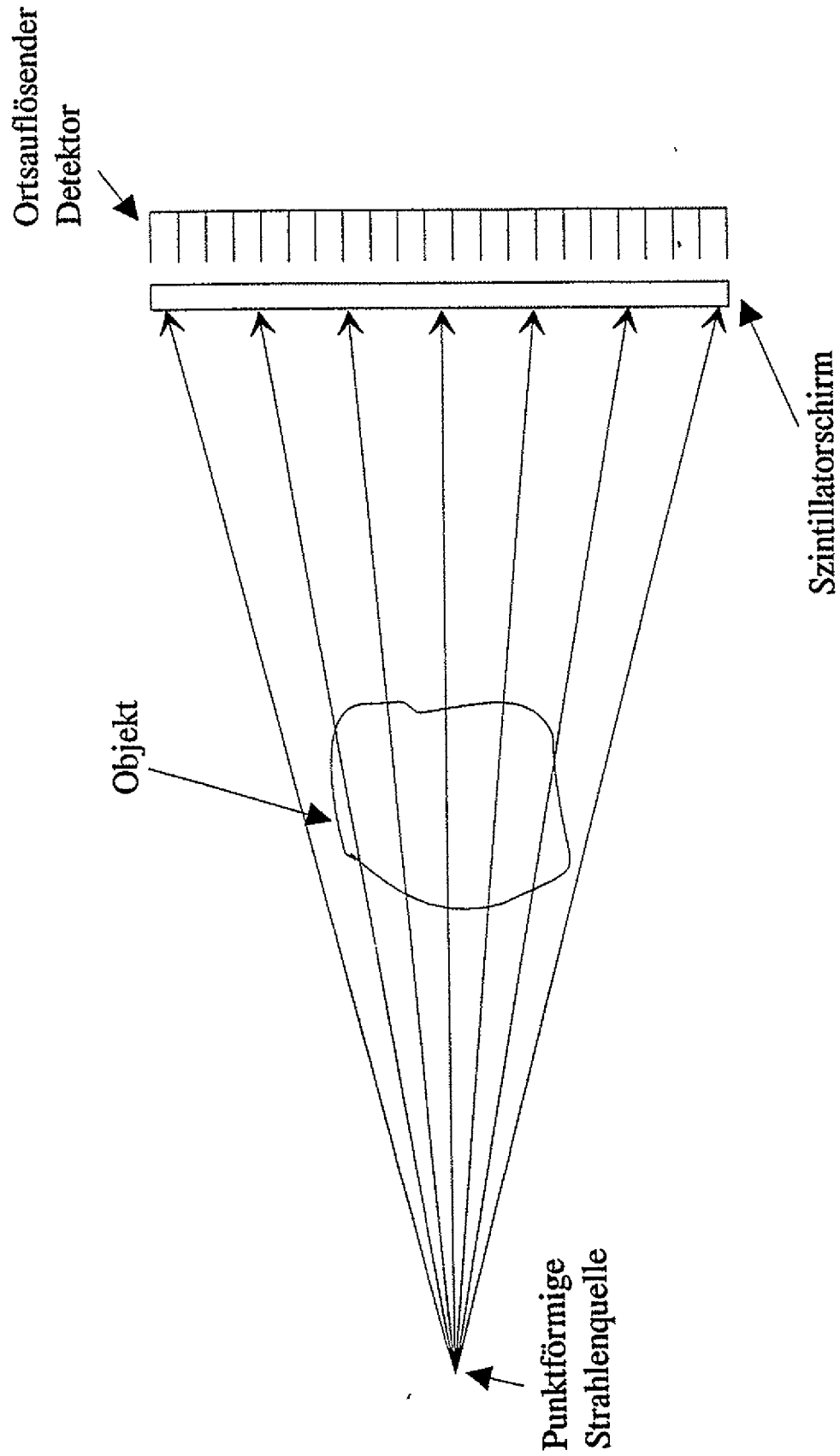
durchgeführt wird.

7. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 6, dadurch gekennzeichnet, daß das Rekonstruktionsergebnis aus dem Zylinderkoordinatensystem in ein kartesisches Koordinatensystem transformiert wird.

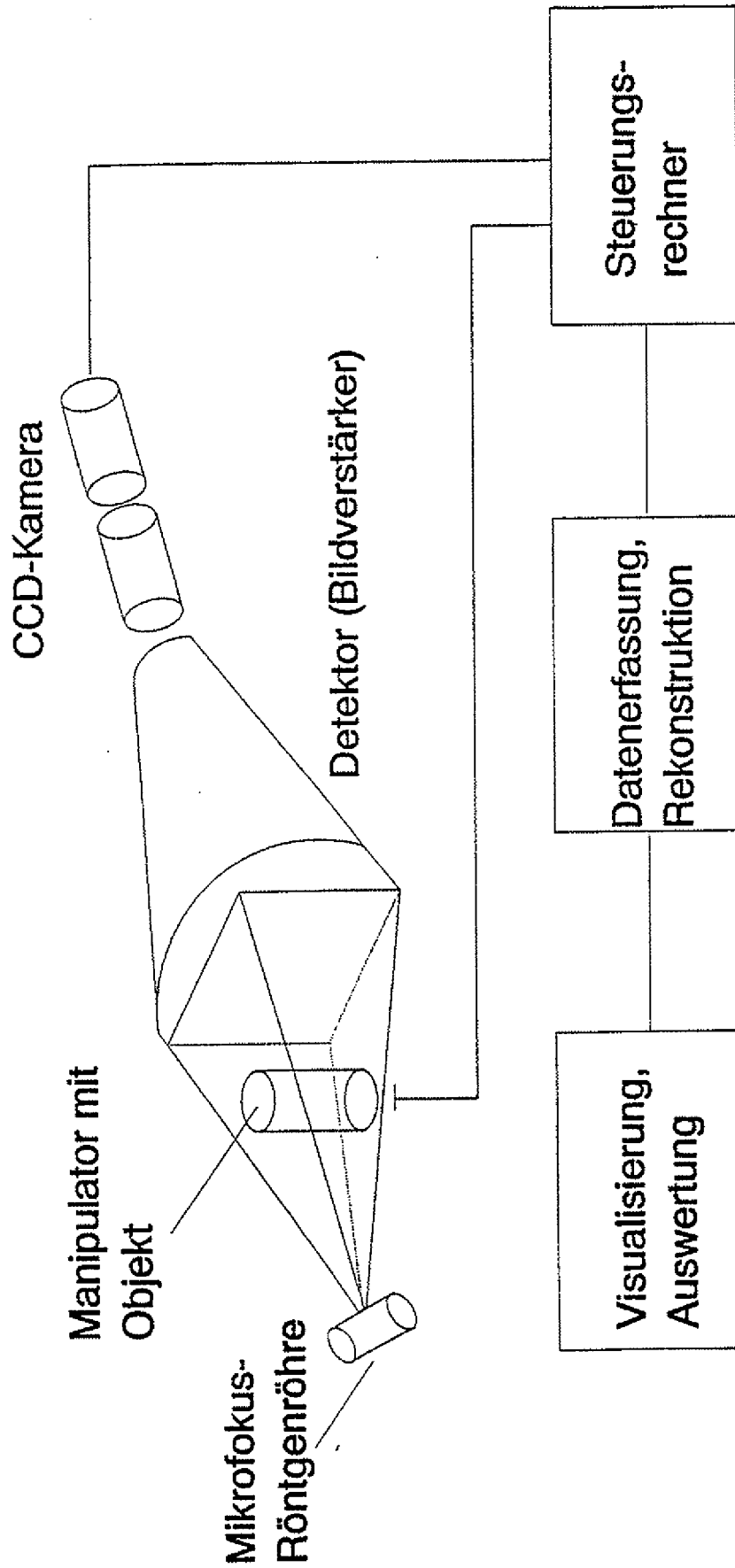
Hierzu 21 Seite(n) Zeichnungen



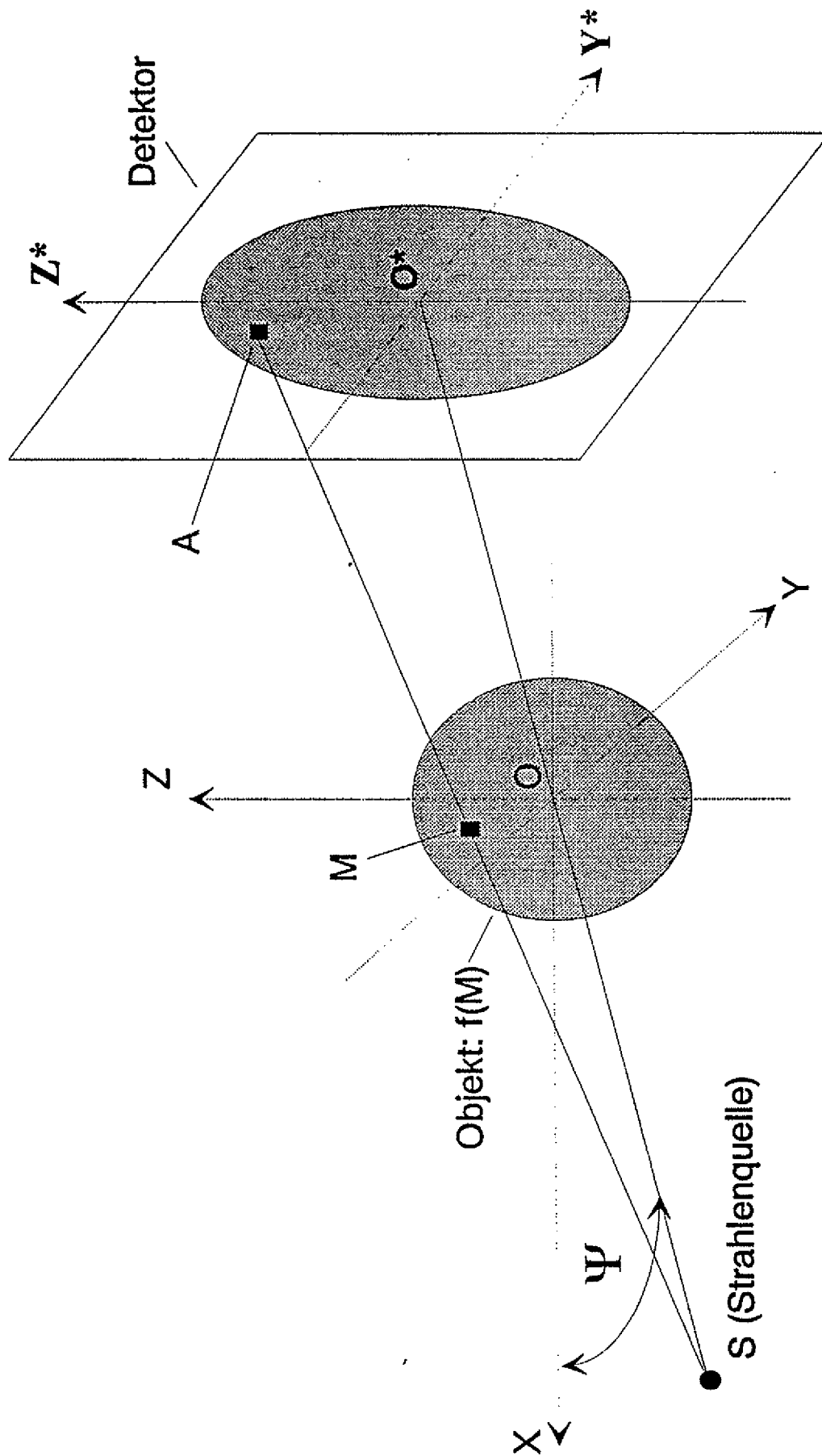
Figur 1: 3D-Computertomographie mit paralleler Strahlung



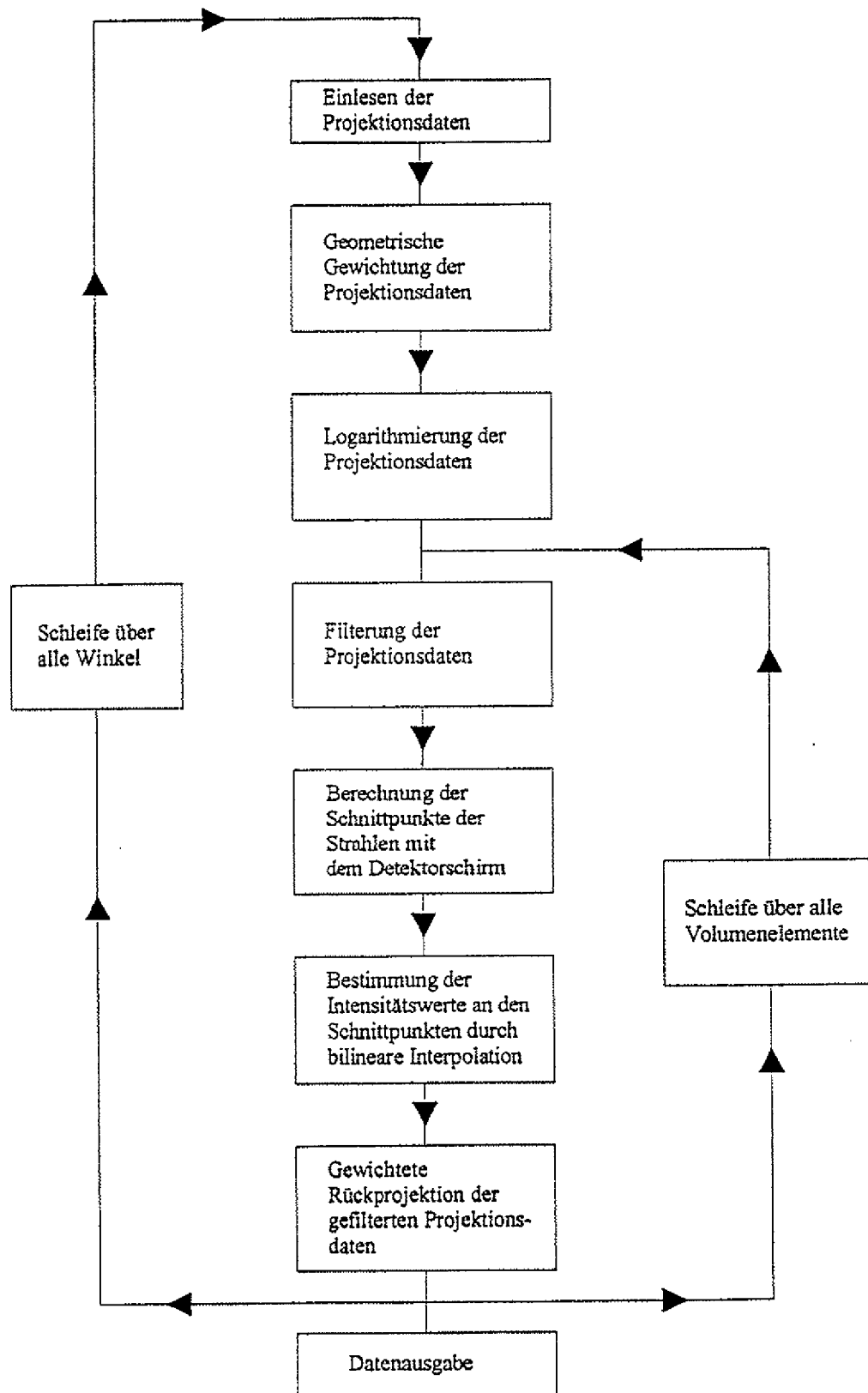
Figur 2: 3D-Computertomographie mit Kegelstrahlgeometrie



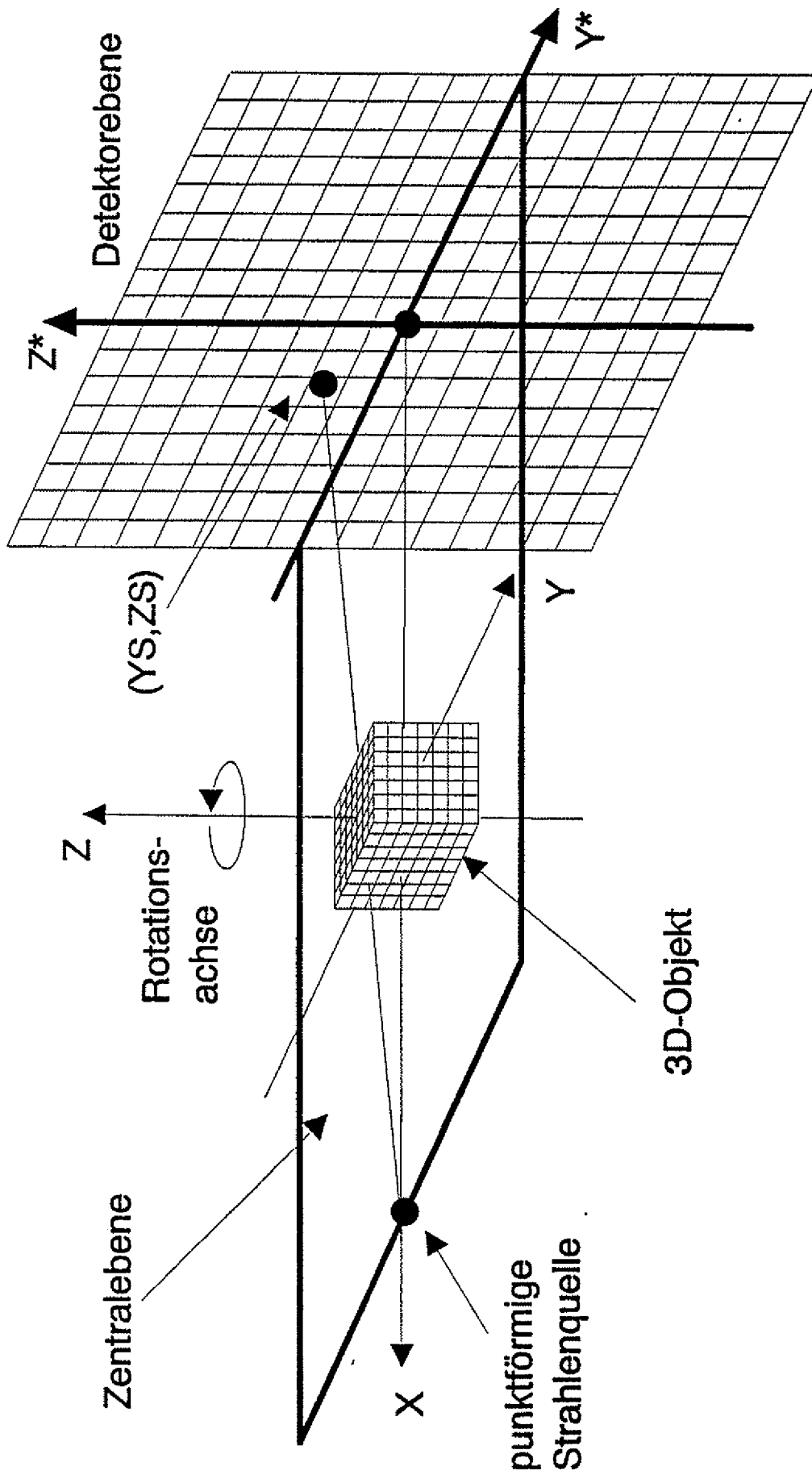
Figur 3: Beispiel für den Aufbau einer 3D-CT-Anlage



Figur 4: Schematische Beschreibung des Feldkamp-Algorithmus

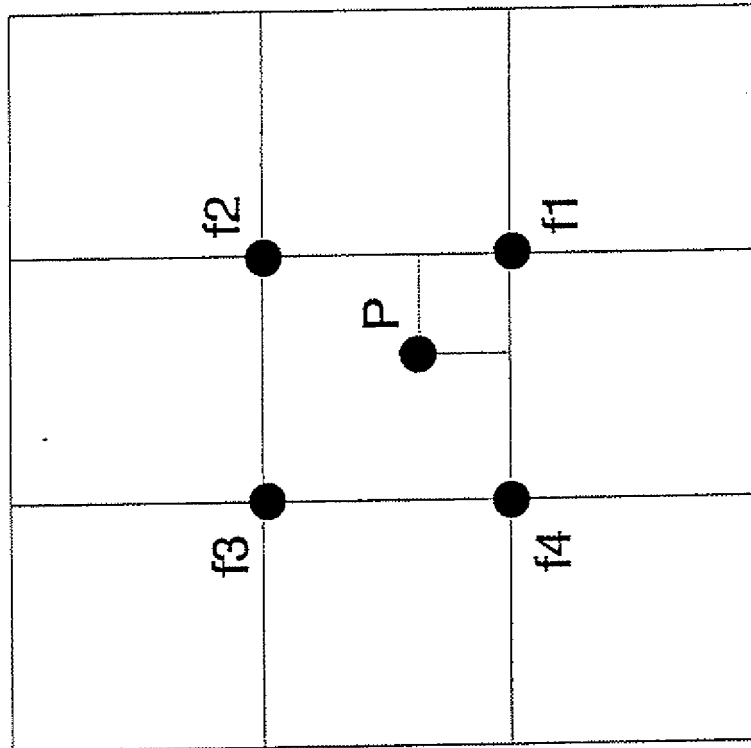


Figur 5: Flußdiagramm für den Feldkamp-Algorithmus

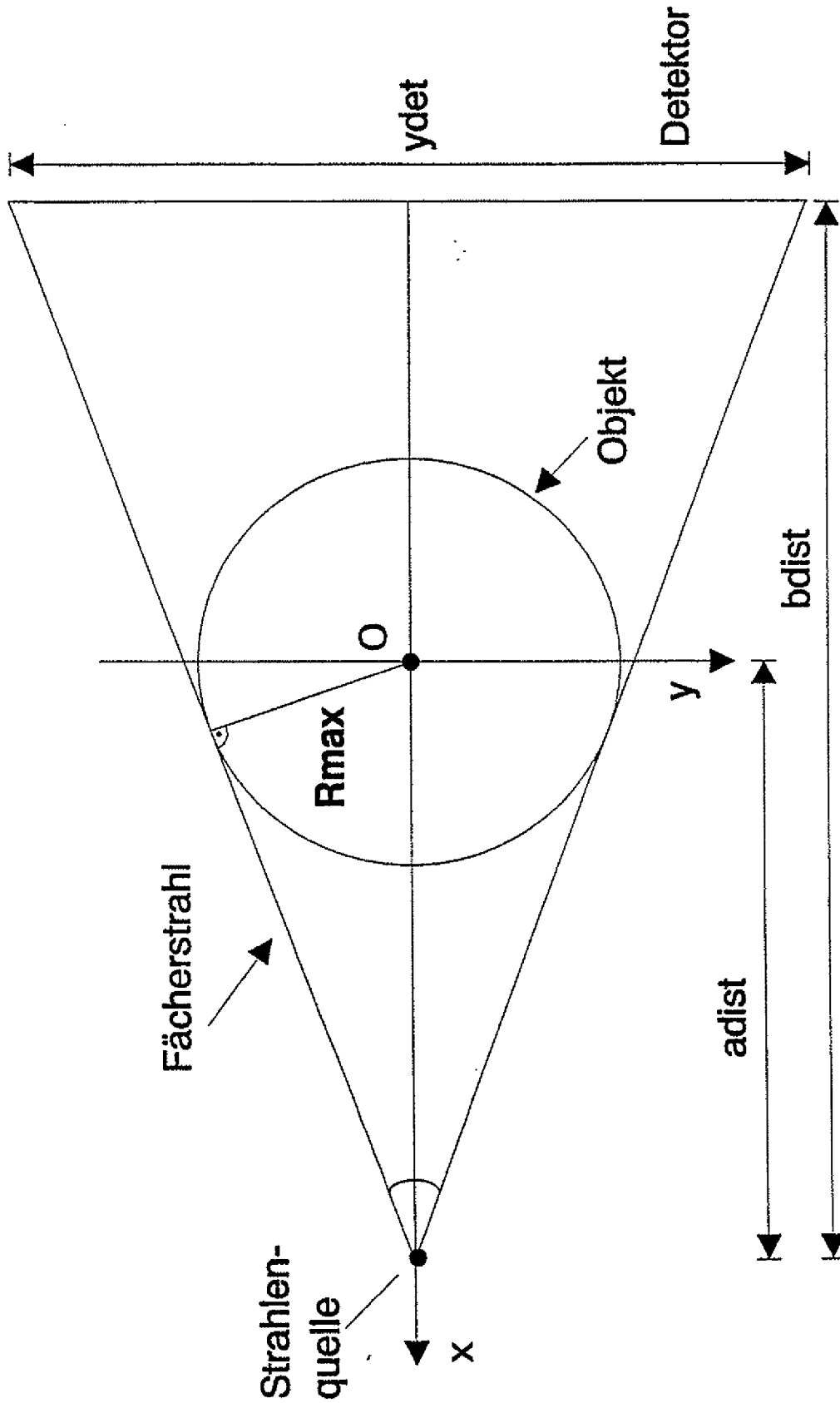


Figur 6: Der Feldkamp-Algorithmus - Rekonstruktion eines 3D-Objektes in kartesischen Gitterkoordinaten

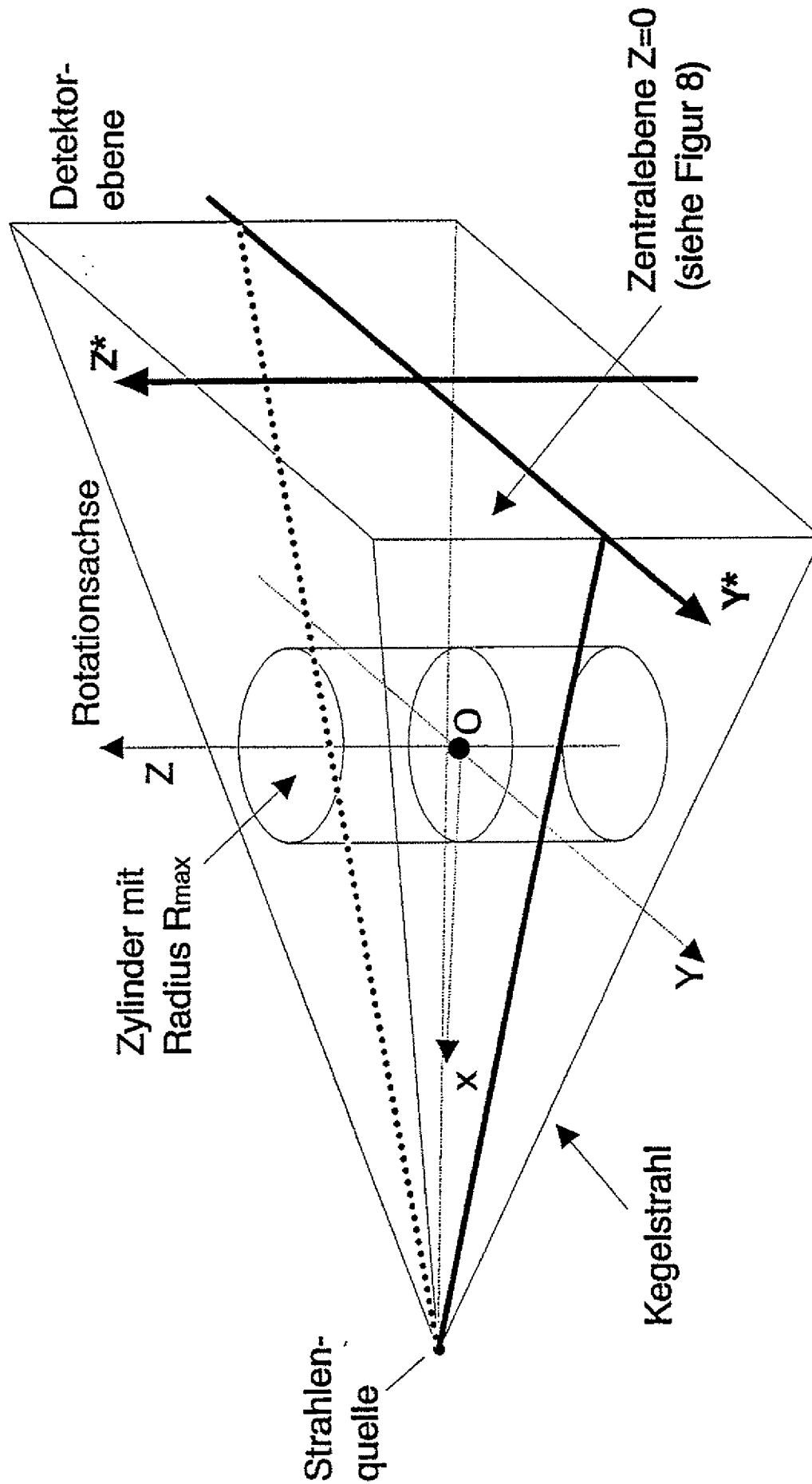
Ausschnitt aus der Detektorebene



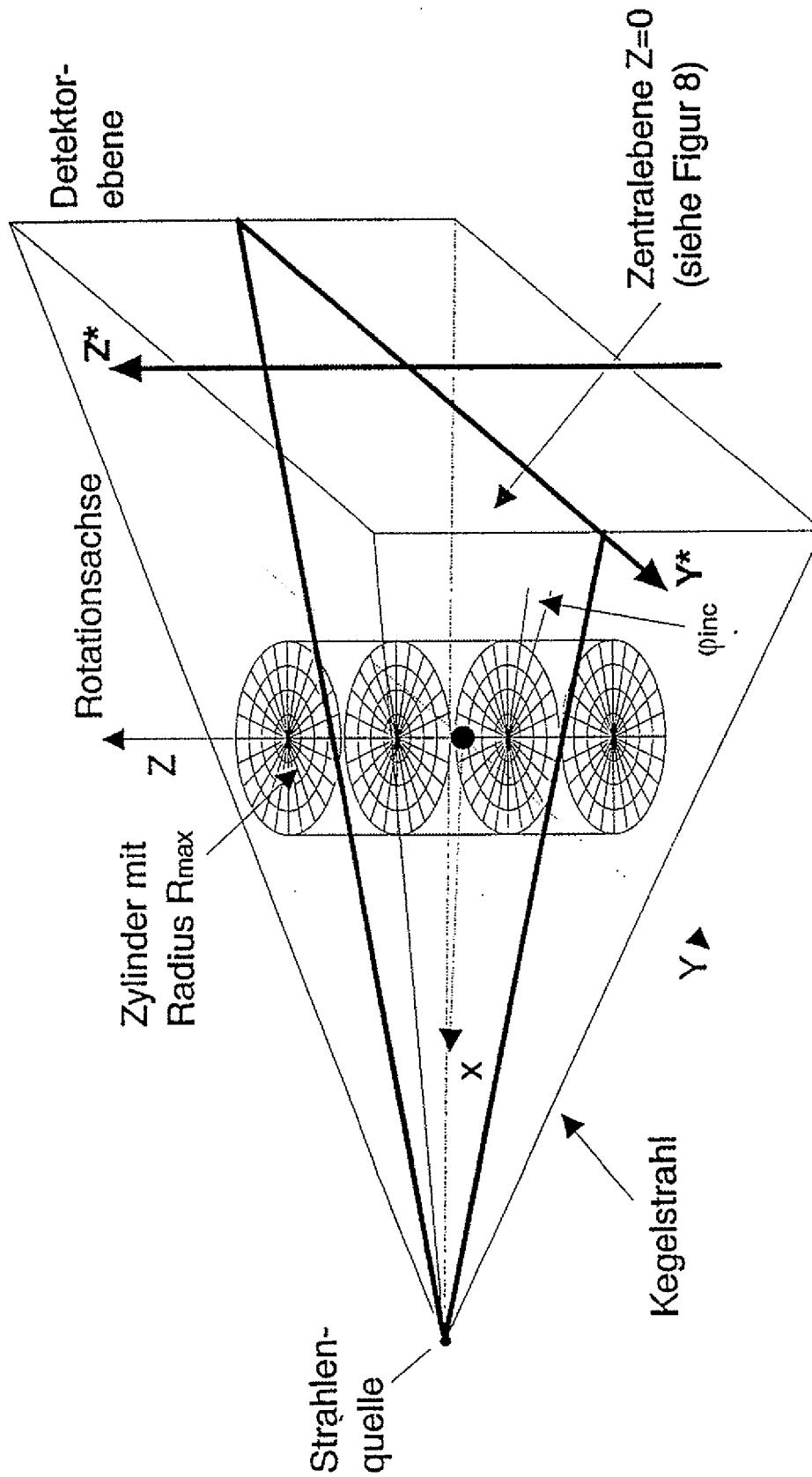
Figur 7: Bestimmung des Intensitätswertes an der Stelle P durch bilineare Interpolation der Intensitätswerte an den benachbarten Gitterpunkten (f_1, f_2, f_3, f_4)



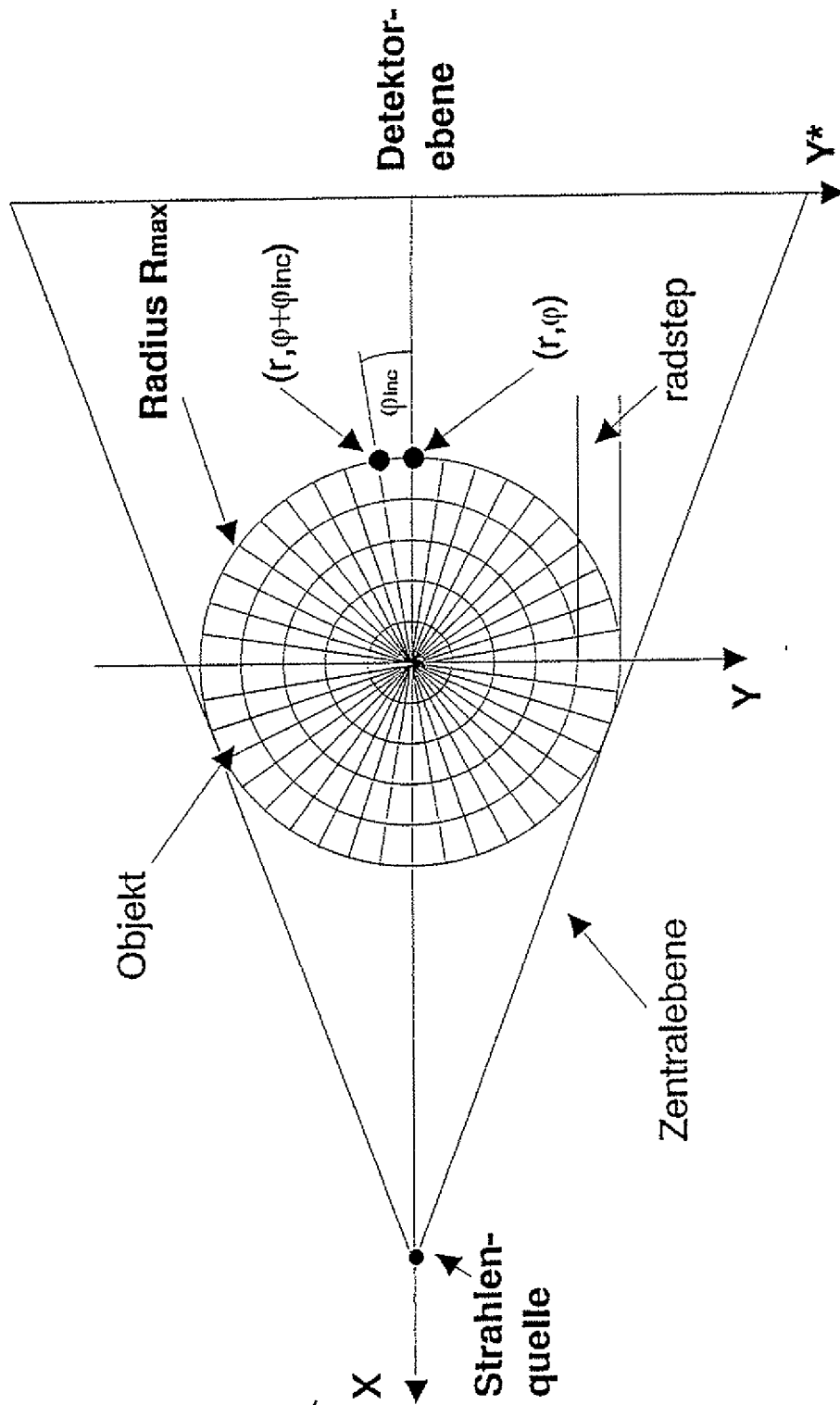
Figur 8: 2D-Computertomographie



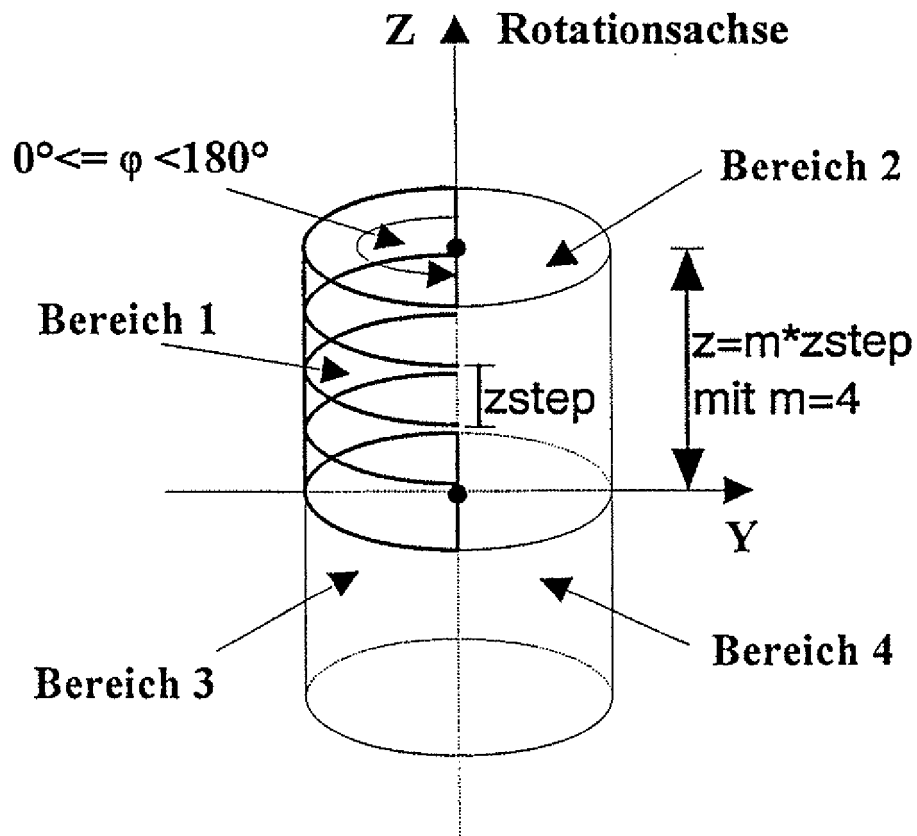
Figur 9: 3D-Computertomographie mit Kegelstrahlgeometrie



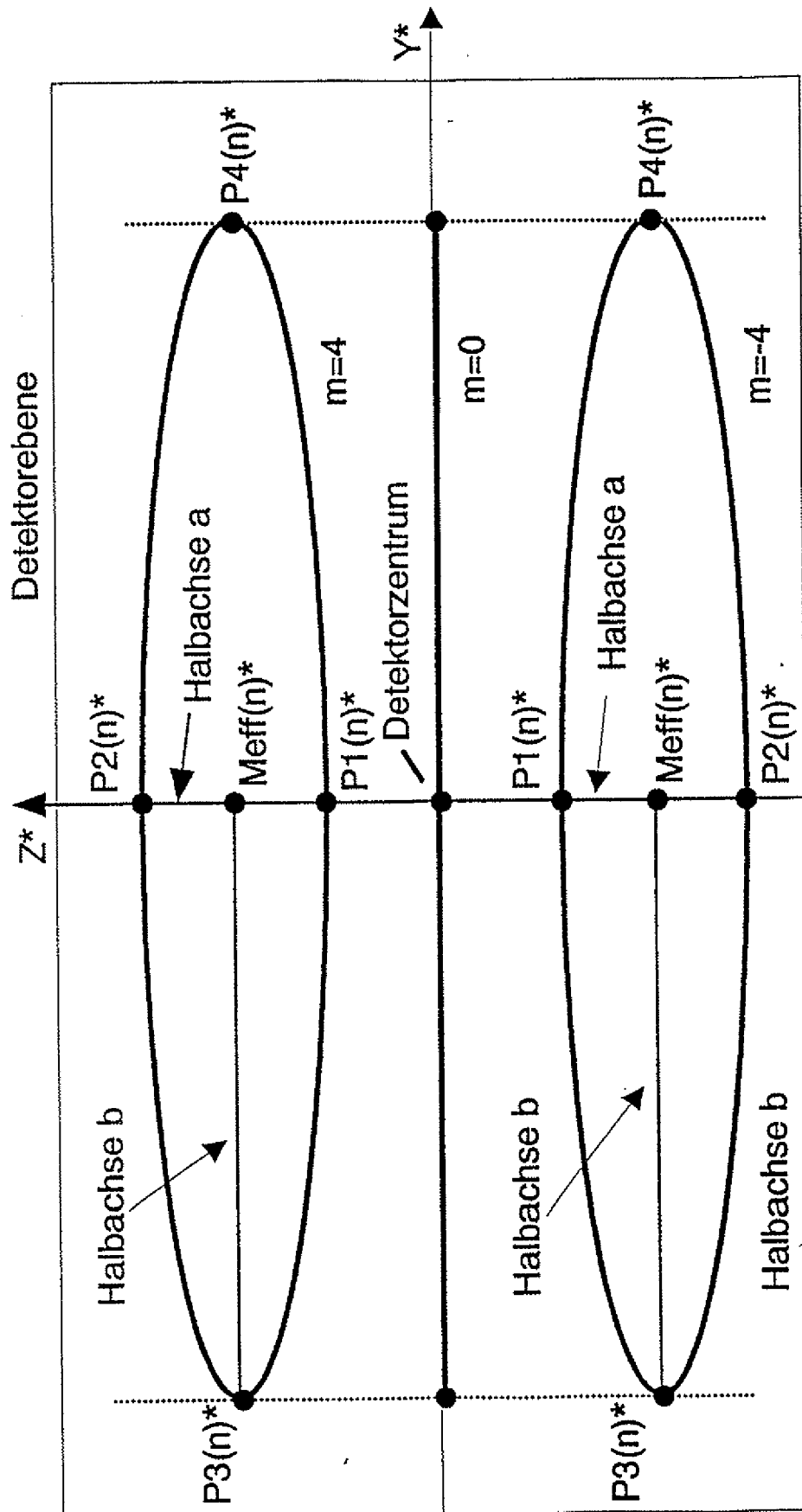
Figur 10: Zyklische Vertauschung der Schnittpunktstabelle bei Drehung des Zylinder-
koordinatensystems um den Winkel φ_{inc}



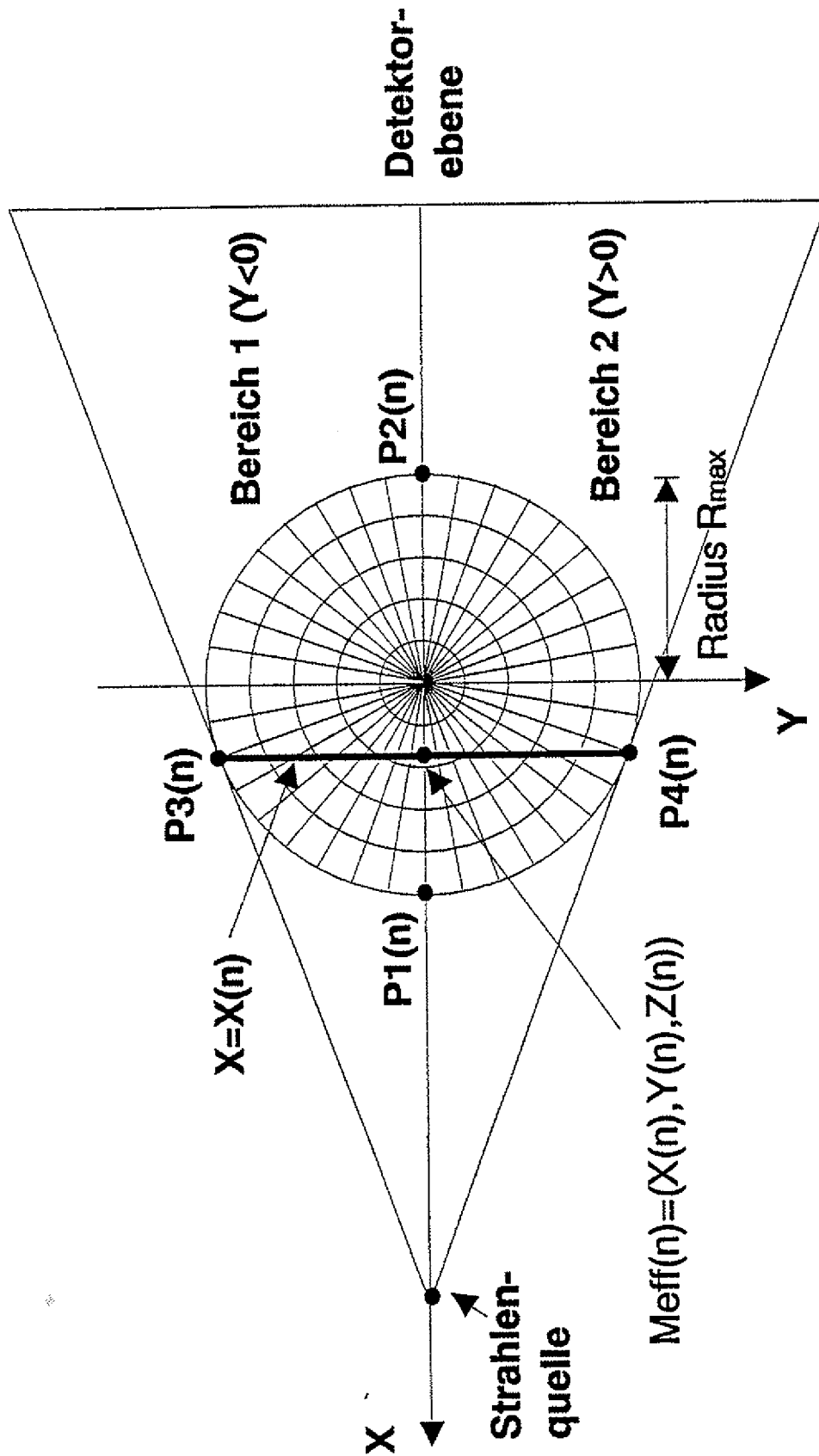
Figur 11: Zyklische Vertauschung der Schnittpunktstabelle bei Drehung des Zylinderkoordinatensystems um den Winkel φ_{inc} (Zentralebene)



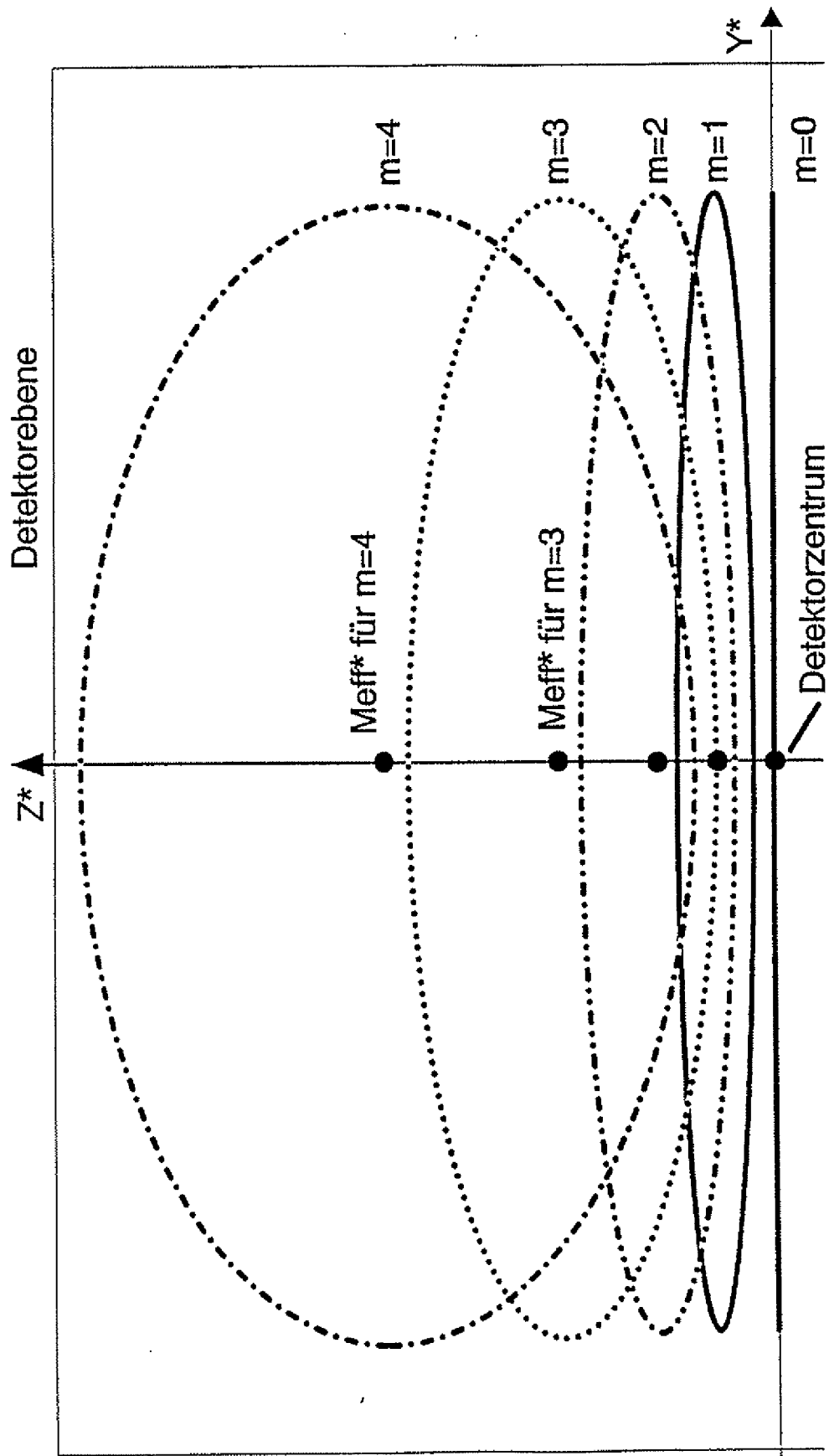
**Figur 12: Schnittpunktberechnung für den Bereich 1.
Die Schnittpunkte für die Bereiche 2-4 ergeben sich durch Symmetrieüberlegungen.**



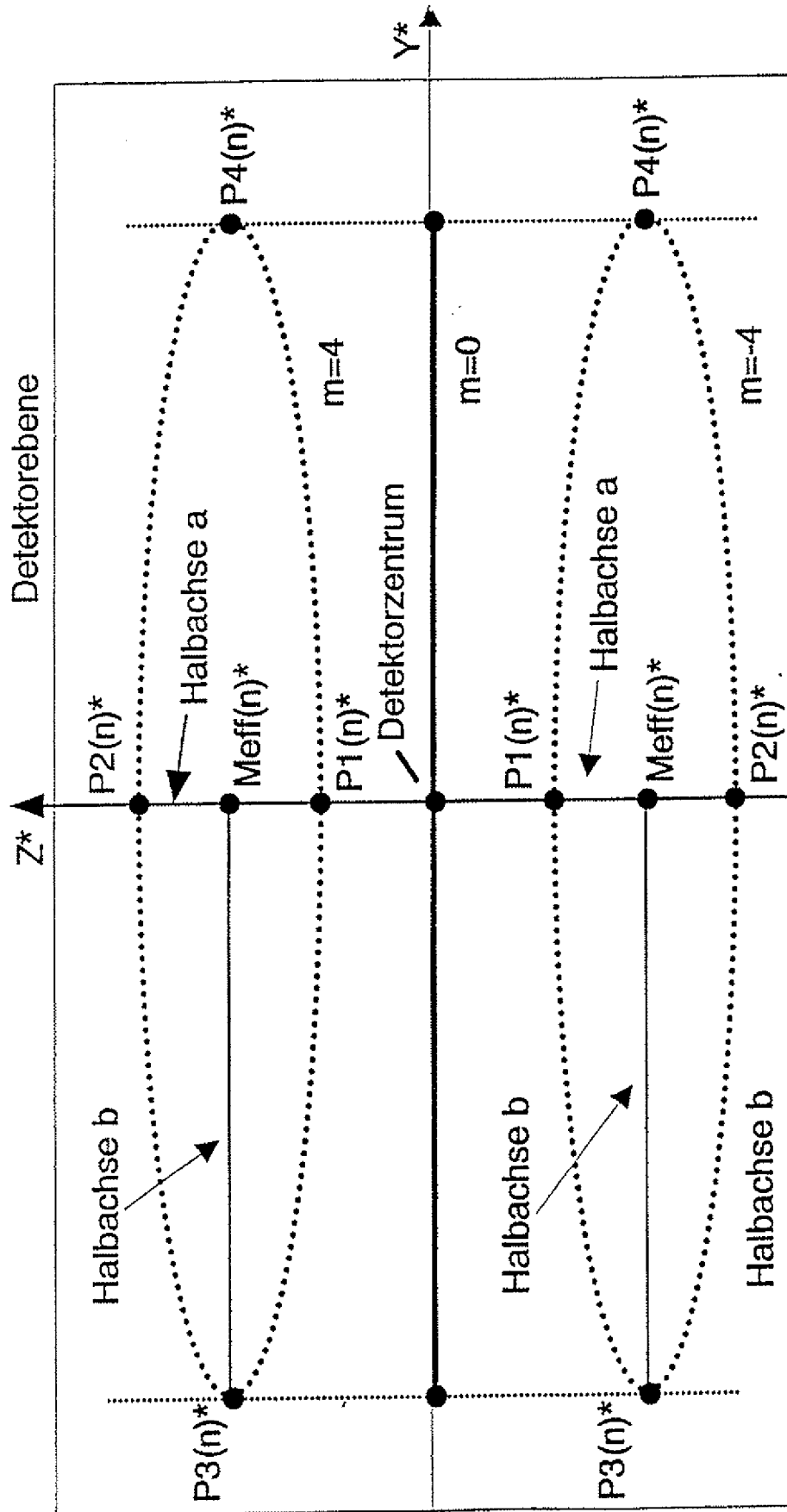
Figur 14: Schnittpunktsellipse gemäß Gleichung 17 für $m=-4,0,4$



Figur 15: Abbildung des Kreises mit dem Radius R und der Höhe $z = m \cdot zstep$ auf den Detektorschirm

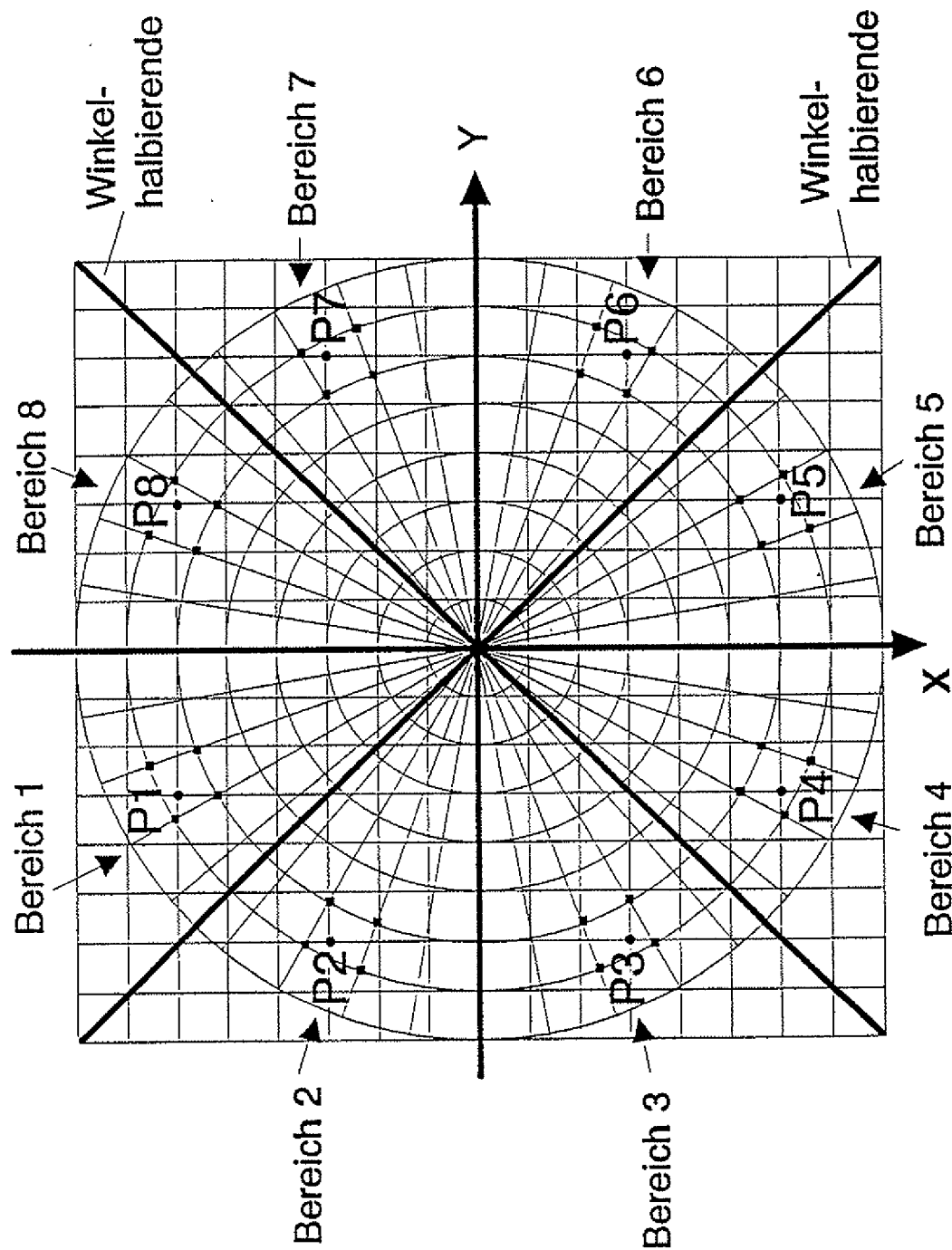


Figur 16: Veränderung der Schnittpunktsellipse gemäß Gleichung 19 für $m=0, 1, 2, 3, 4$

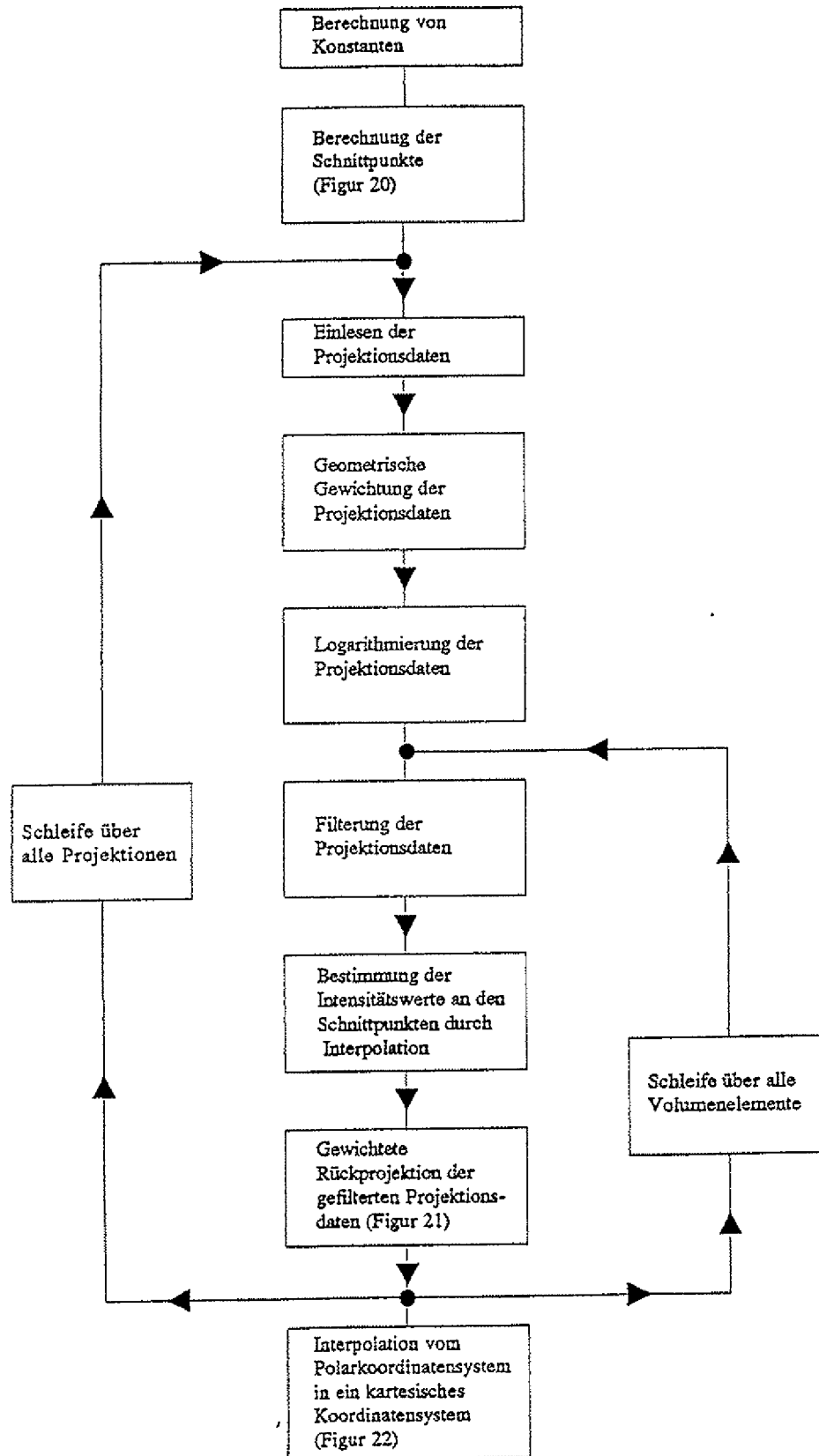


Figur 17: Effiziente Schnittpunktberechnung durch Symmetriebetrachtungen

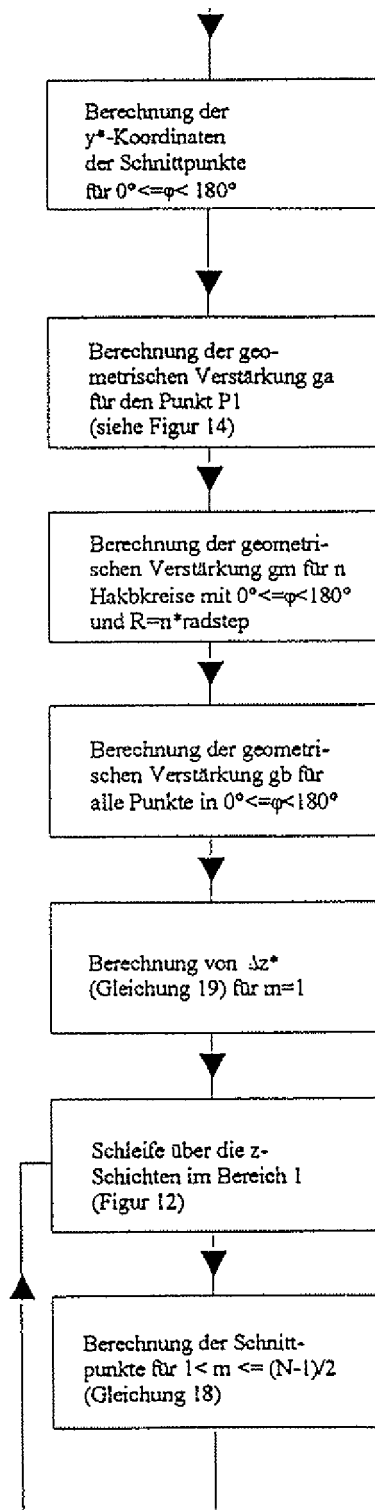
Die Schnittpunkte werden für eine Quadranten berechnet, die Schnittpunkte für die anderen Quadranten folgen durch Spiegelung an den Koordinatenachsen Y^* und Z^*



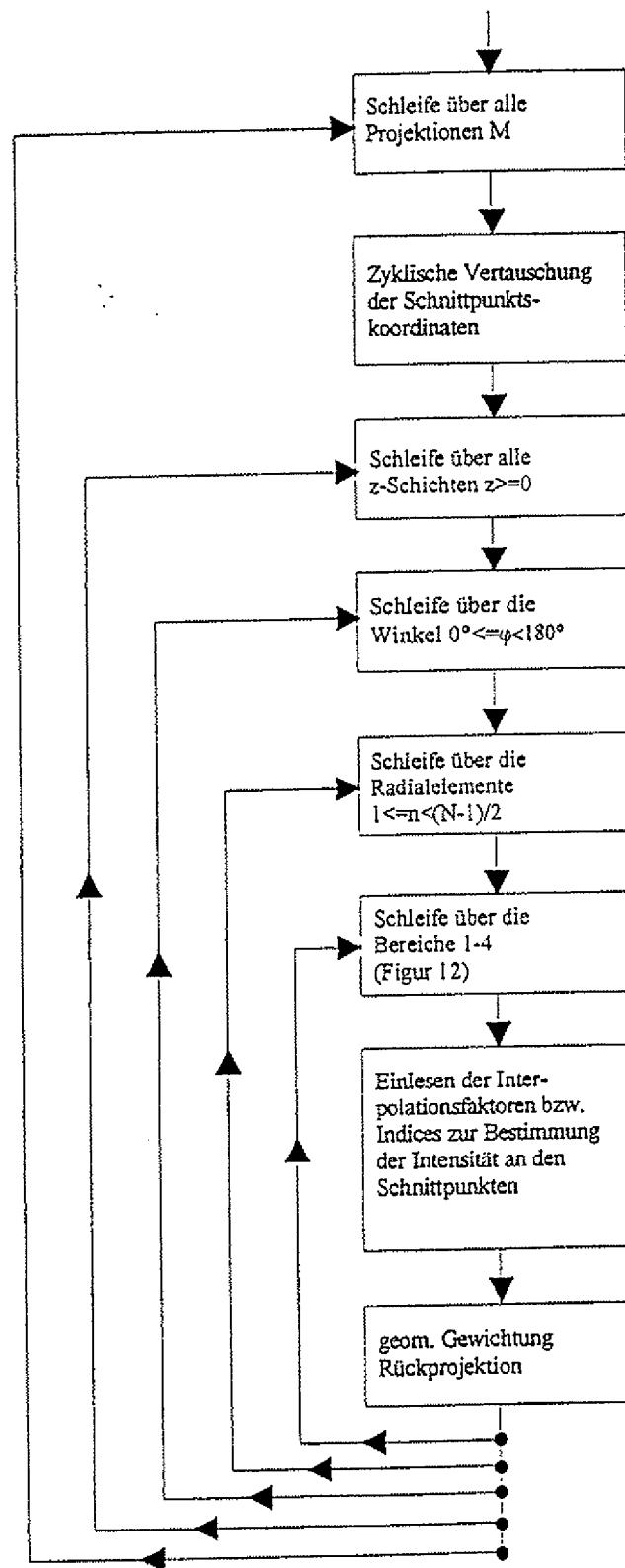
Figur 18: Effiziente Interpolation vom Zylinderkoordinatensyst. ins kartesische Koordinatensyst.



Figur 19: Flußdiagramm für den Zylinderalgorithmus



Figur 20: Flußdiagramm für die Schnittpunktsberechnung beim Zylinderalgorithmus



Figur 21: Rückprojektion beim Zylinderalgorithmus